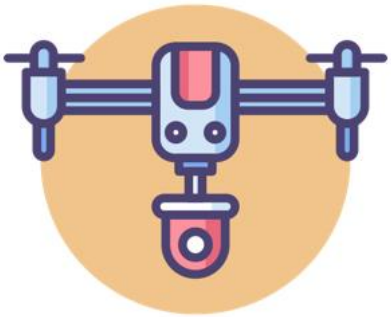
محمد اعرابیان



جزوه درس کنترل خطی

جلسه اول

برای جزئیات بیشتر **اسکن کنید**

نسخه ۱.۱ | تهیه شده در بهمن ۱۴۰۰

تمامی حقوق این جزوه برای **محمد اعرابیان** محفوظ است.

مقدمه

بخش مهم از فرایندهای صنعتی امروزی، کنترل خودکار می‌باشد. کنترل خودکار در پیشرفت علوم مهندسی نقش حیاتی داشته است. از آنجا که پیشرفت نظریه کنترل خودکار و کاربردهای آن **عامل دستیابی** به کارایی بهینه سیستم‌های دینامیکی، افزایش بازده و تسهیل کارهای دستی است، درك درست از مباحث کنترلی، آشنایی با روشهای تحلیل سیستم‌های موجود و طراحی سیستم های جدید کنترلی بر مبنای خواسته های مطلوب، از مهمترین موضوعاتی است که مهندسین امروزی باید با آن آشنا باشند.

منابع

مهندسی کنترل مولف اوگاتا ترجمه دیانی

سیستم‌های کنترل پیشرفته مولف دورف ترجمه سپیدنام

کنترل مولف بنجامین‌کو ترجمه علی کافی

کنترل خطی خاکی صدیق

فصل اول

مبانی سیستم های کنترل

مقدمه

در زندگی روزمره، واژه کنترل بسیار بکار برده می‌شود. اصطلاحاتی نظیر کنترل رشد جمعیت، کنترل قیمت ها، کنترل ترافیك، کنترل رفتارها و برخوردهای اجتماعی، کنترل اتومبیل، کنترل حرارت چراغ خوراك پزی، کنترل ورود و خروج افراد به محل کار و... در گفتگوهای روزمره بسیار شنیده می‌شوند. معمولاً کلمه کنترل وقتی بکار برده می‌شود که نوعی مهار کردن و تسلط بر یك پدیده مورد نظر باشد. علاقه انسان به تحت اختیار در آوردن و تسلط بر پدیده‌ها باعث پیدایش شاخه جدیدی از دانش به نام علم کنترل گردیده است، علمی که امروزه حوزه نفوذ خود را به شاخه‌های دیگر علوم از صنعت و تکنولوژی گرفته تا اقتصاد و سیاست و علوم پزشکی ... گسترش داده است.

تئوری کنترل

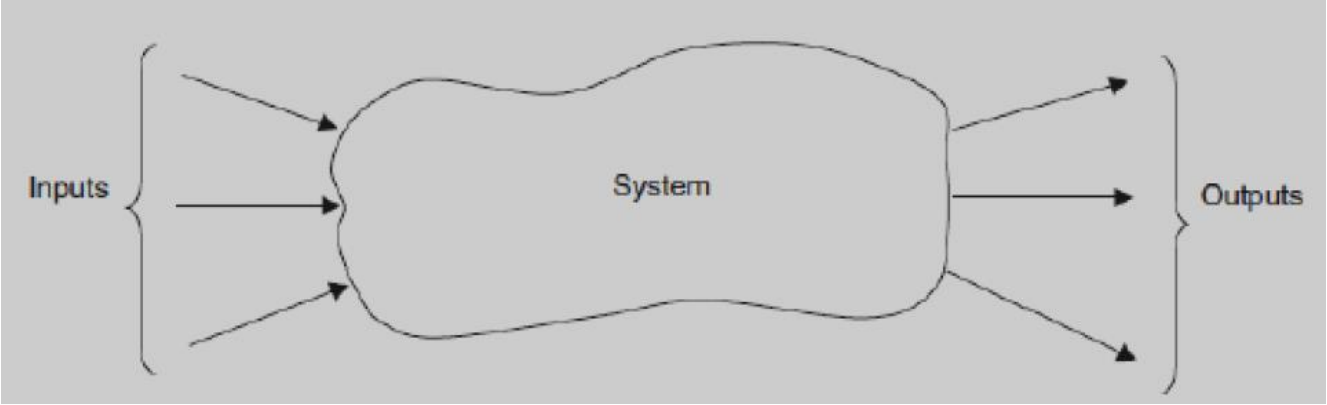
تئوری کنترل یک شاخه میانی از علم است ما بین مهندسی و ریاضیات که در مورد چگونگی تسلط بر پدیده‌ها و هدایت رفتار آنها صحبت می‌کند.

کنترل

مجموعه‌ای از اجزا و سیستم‌ها که در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند به منظور دست یافتن به رفتار مطلوب.

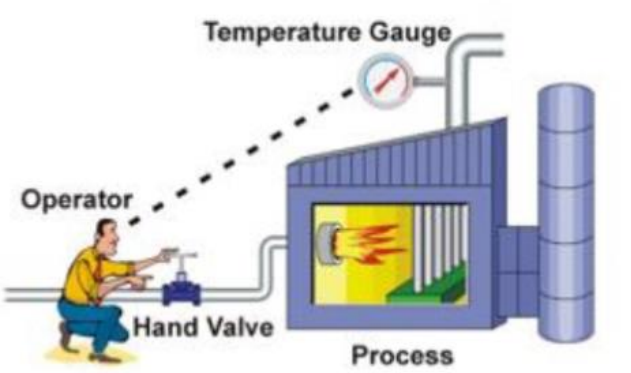
سیستم

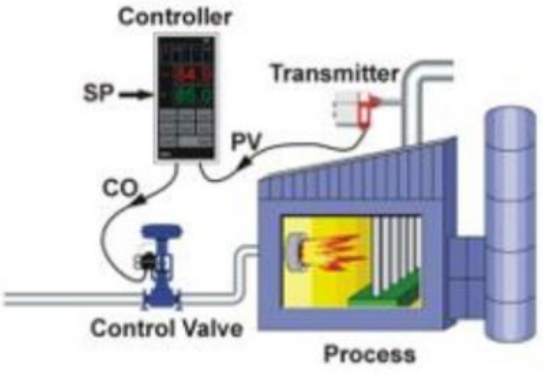
سیستم یا سامانه مجموعه‌ای از اجزا است که برای رسیدن به یک هدف مشترک با همدیگر تعامل دارند.
سیستم برای افراد مختلف می‌تواند نماد یا تعریف های متفاوتی داشته باشد.
مانند: اتومبیل، ماشین لباسشویی ، ماشین CNC و ...
سیستم ها دارای ورودی هستند.
سیستم‌ها دارای خروجی هستند که با تغییر در ورودی ها می‌توانند تغییر کنند.
سیستم‌ها می‌توانند بیش از یک ورودی و یا بیشتر از یک خروجی داشته باشند.

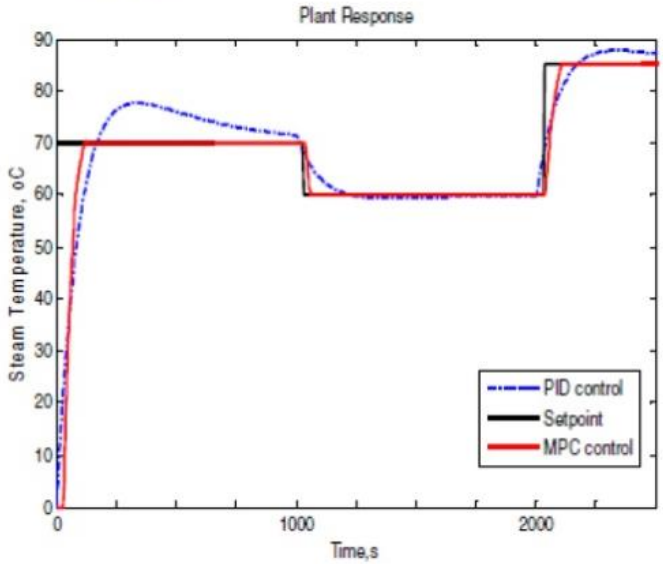


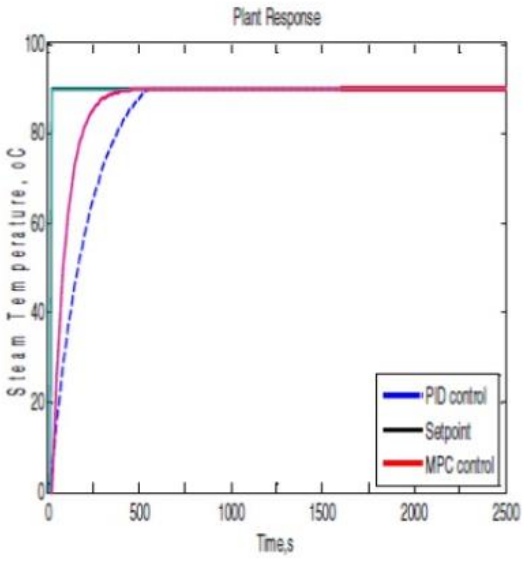
سیستم کنترل

سیستم کنترل یا سامانه کنترل به مجموعه ابزار و تمهیداتی اطلاق می‌شود که به منظور کنترل نمودن (هدایت) و تحت مدیریت قرار دادن رفتار فرایندها یا سیستم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.



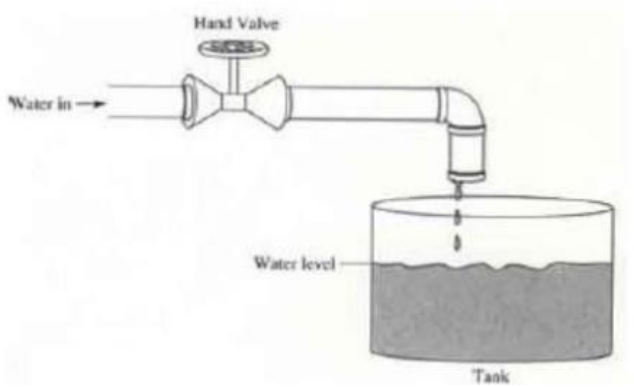






انواع سیستم کنترل

کنترل حلقه باز (Open Loop Control)



مزایا:

۱- ساخت ساده‌تر و نگهداری آسان

۲- ارزان بودن نسبت به سیستم حلقه بسته

۳- نداشتن مشکل پایداری

٤- مناسب برای زمانی که اندازه گیری خروجی سخت است که توجیه اقتصادی ندارد.

معایب:

۱- اغتشاش و تغییر کالیبراسیون خطا ایجاد می‌کند.

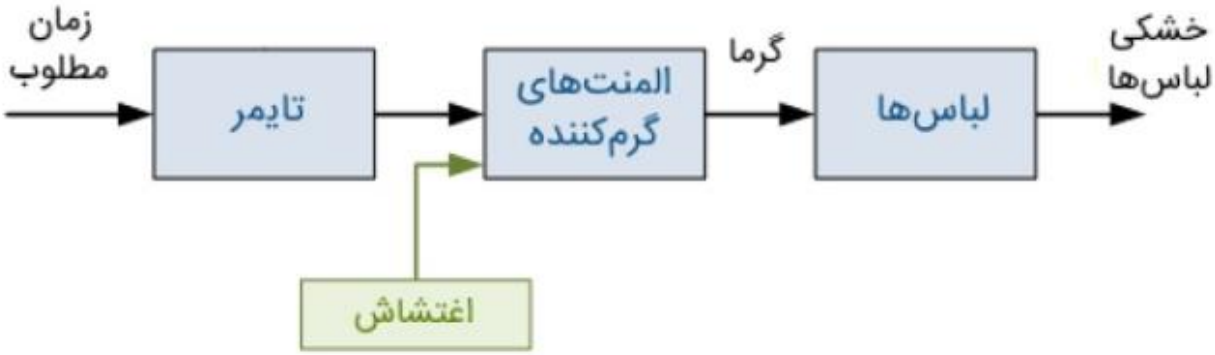
۲- برای دستیابی به کیفیت مطلوب در خروجی سیستم، کالیبراسیون مجدد لازم است.

یک لباس خشک کن برقی را در نظر بگیرید. بسته به تعداد لباس‌ها یا میزان مرطوب بودن آن‌ها کاربر باید تایمر (کنترل کننده) را تنظیم کند، این چه نوع سیستم کنترلی است؟

اگر روی ۳۰ دقیقه تنظیم کرده و در پایان این ۳۰ دقیقه، حتی اگر لباس‌ها خیس یا مرطوب باشند، خشک به صورت خودکار خاموش می‌شود پس سیستم کنترل حلقه باز است.

زیرا سیگنال خروجی (میزان رطوبت و یا خشکی لباس‌ها) را پایش یا اندازه‌گیری نمی‌کند. در نتیجه، دقت فرایند خشک کردن لباس یا موفقیت در انجام آن، به تجربه کاربر یا شخصی که از دستگاه استفاده می‌کند بستگی خواهد داشت.

از معایب سیستم حلقه باز، عدم مدیریت و کنترل اغتشاش‌ها یا تغییرات شرایطی است که ممکن است توانایی کارکرد مطلوب سیستم را کاهش دهد. برای مثال، وقتی درِ خشک کن باز شود و گرما هدر برود، تایمر به طور پیوسته روی مقداری که تنظیم شده کار خواهد کرد و در زمان مقرر سیستم را خاموش می‌کند، اما لباس‌ها کاملا خشک نمی‌شوند. دلیل این امر آن است که هیچ اطلاعاتی برای ثابت نگه داشتن دما فیدبک نمی‌شود.

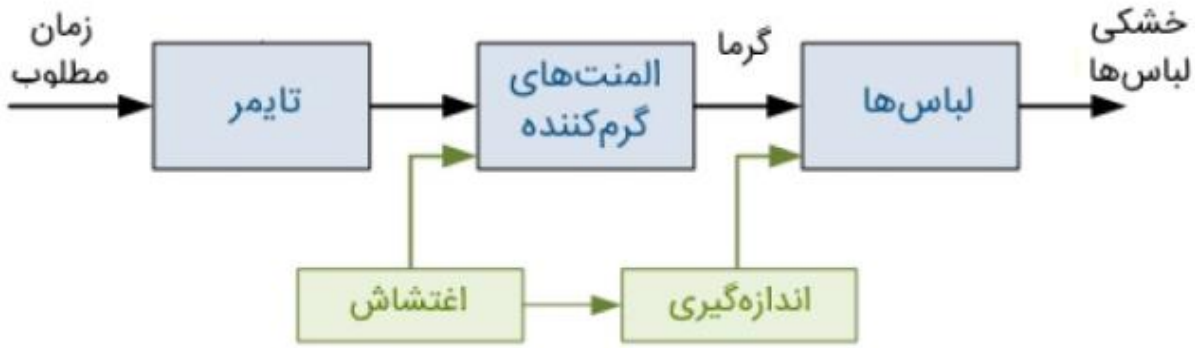


کنترل پیشرو(Feedforward):

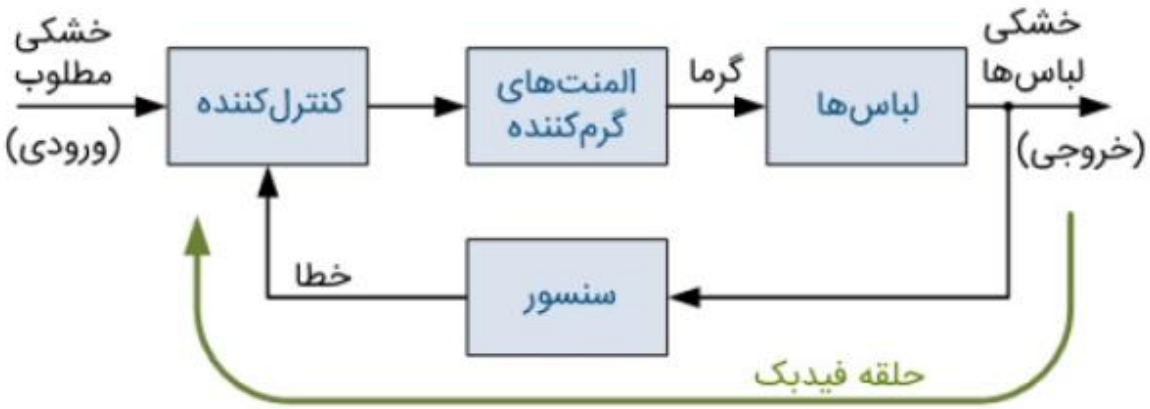
خطاهای سیستم کنترل حلقه باز می‌تواند تاثیرات نامطلوبی روی فرایند خشک کردن بگذارد. بنابراین لازم است یک کاربر بر آن نظارت کند. مشکل این رویکرد کنترل پیشگیرانه، آن است که کاربر باید دائما دمای فرایند را بررسی کند و یک عمل کنترلی تصحیح کننده انجام دهد تا لباس‌ها به صورت مطلوب خشک شوند.

این نوع کنترل حلقه باز دستی یا غیر خودکار که قبل از رخ دادن خطا اعمال می‌شود،کنترل پیشرو (کنترل پیش خور) نامیده می‌شود.

هدف کنترل پیشرو، اندازه گیری یا پیش بینی هر گونه اغتشاش حلقه باز بالقوه و جبران آن به صورت دستی یا غیر خودکار است.



کنترل حلقه بسته



مهم‌ترین ویژگی‌های کنترل حلقه بسته عبارتند از

۱- کاهش خطا با تنظیم خودکار ورودی سیستم تحت کنترل

۲- بهبود پایداری سیستم ناپایدار

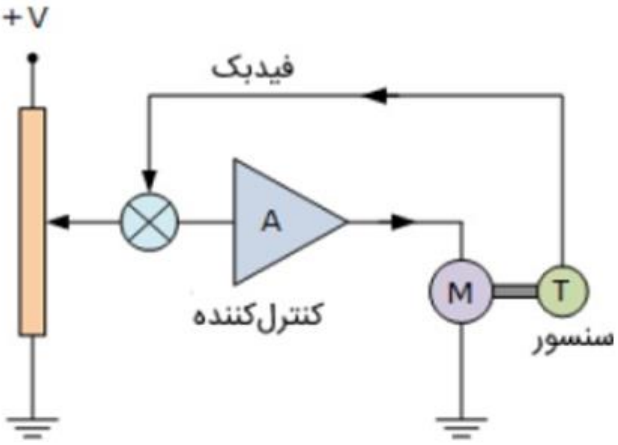
۳- کاهش حساسیت سیستم

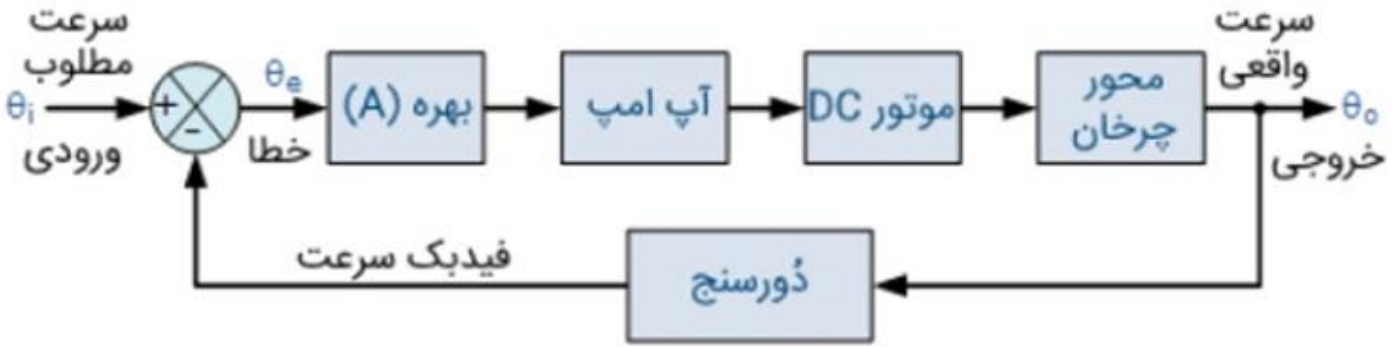
٤- افزایش مقاومت در برابر اغتشاش‌های خارجی

۵- عملکرد قابل اطمینان و قابل تکرار

کنترل موتور

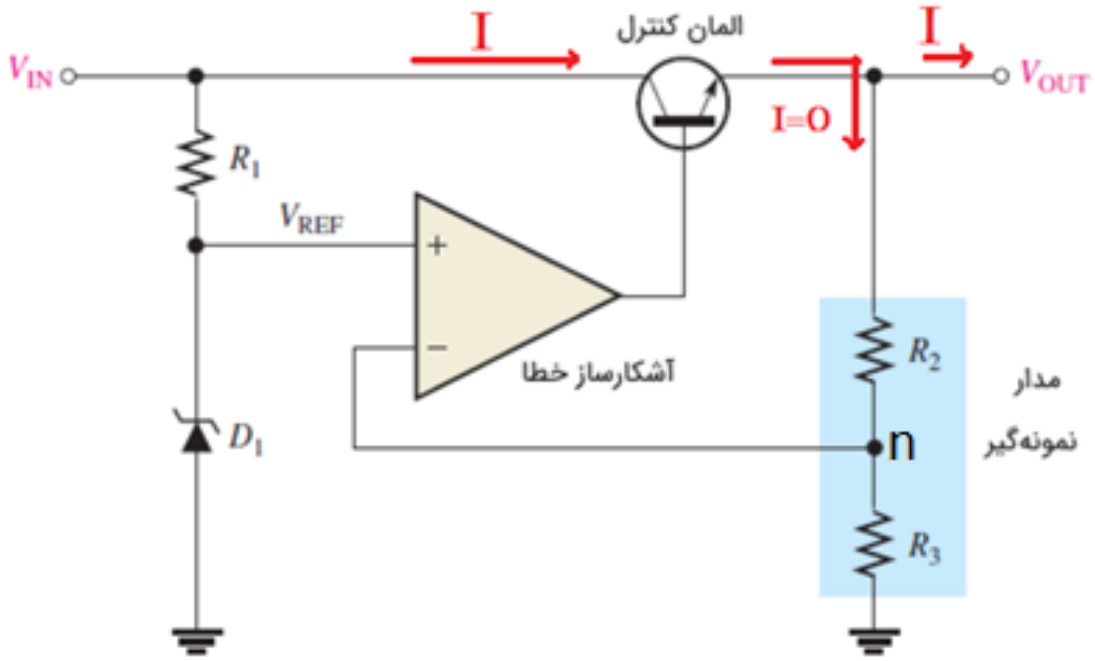
هر اعتشاش خارجی مانند افزایش بار که به سیستم کنترل حلقه بسته موتور وارد شود، سبب اختلاف بین سرعت واقعی موتور و نقطه تنظیم ورودی پتانسیومتر می‌شود. این اختلاف سیگنال خطایی را ایجاد می‌کند که کنترل کننده به صورت خودکار به آن پاسخ داده و سرعت موتور را تنظیم می‌کند.بنابراین می‌توان گفت کنترل کننده سعی می‌کند خطا را کم کند و خطای صفر به معنی برابر بودن سرعت واقعی با نقطه تنظیم است.





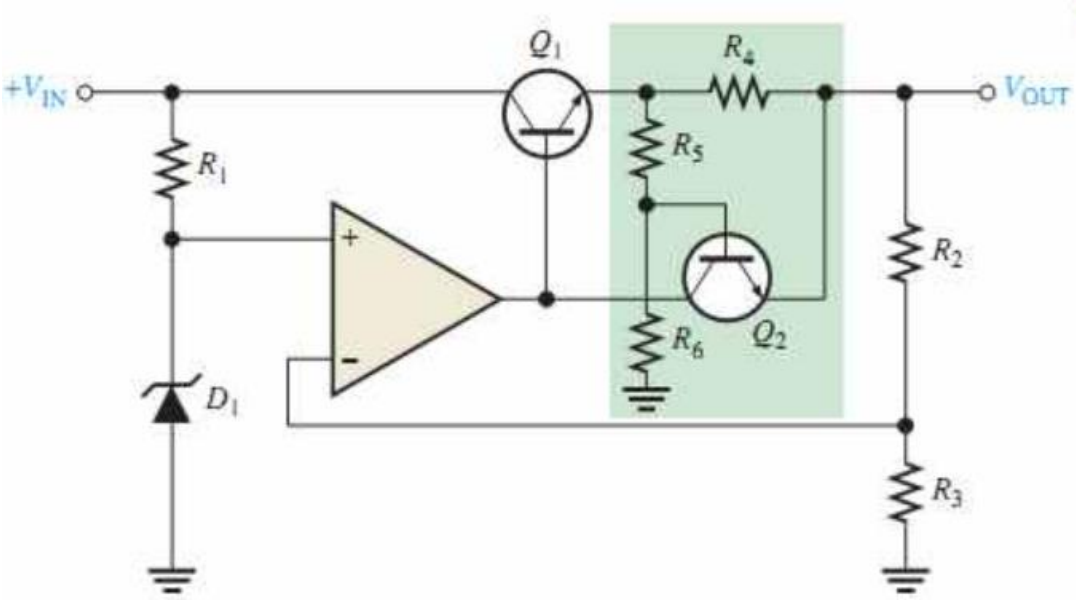
تنظیم کننده ولتاژ فیدبک سری

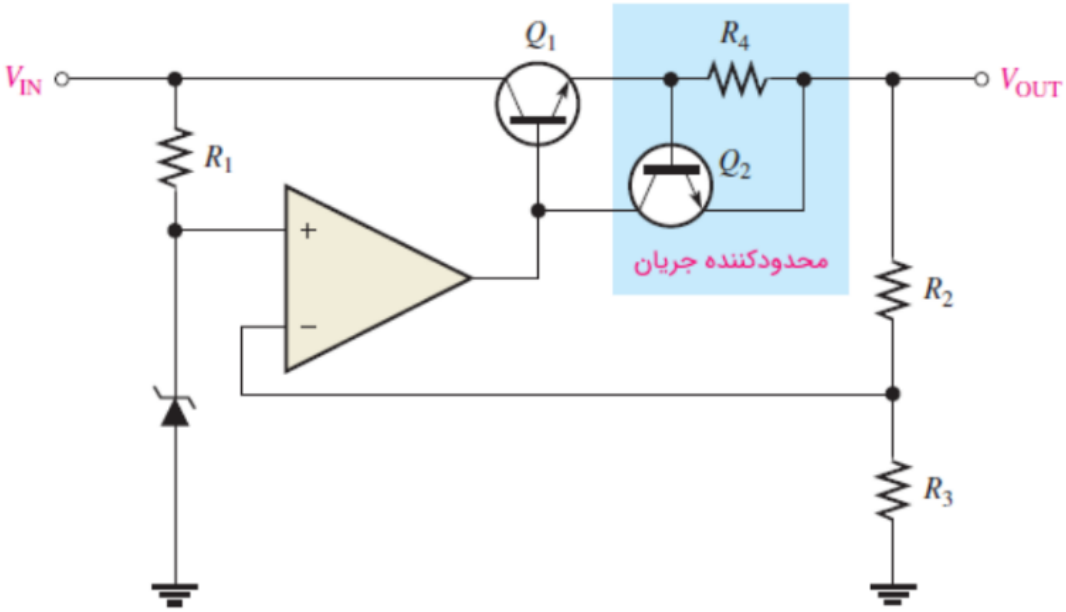
با استفاده از دو مقاومت R_2 و R_3 بخشی از ولتاژ خروجی dc را اندازه گیری می‌کنیم و به پایه منفی تقویت کننده عملیاتی فیدبک می‌دهیم. در پایه مثبت هم با استفاده از R_1 و D_1 یک ولتاژ ثابت V_{ref} را می‌سازیم. R_1 طوری انتخاب می‌شود که D_1 همیشه در حالت شکست باشد.

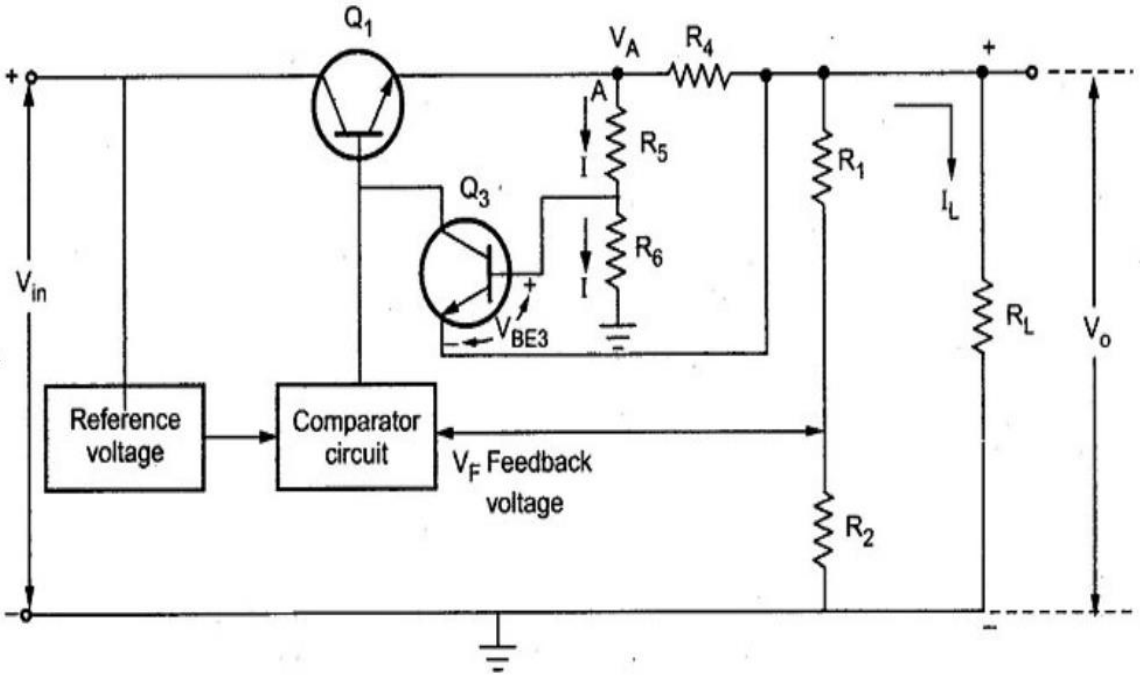


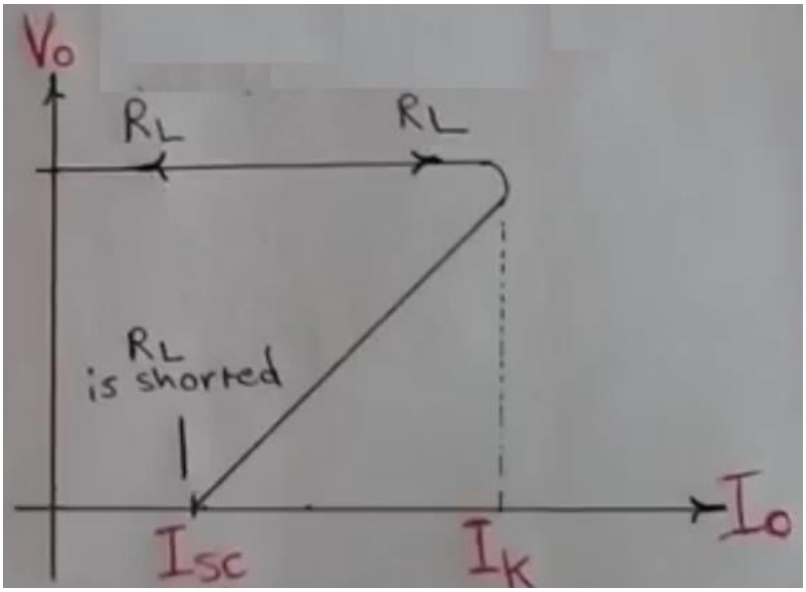
(اختلاف ولتاژهای پایه مثبت و منفی (e)) استفاده می‌شود.

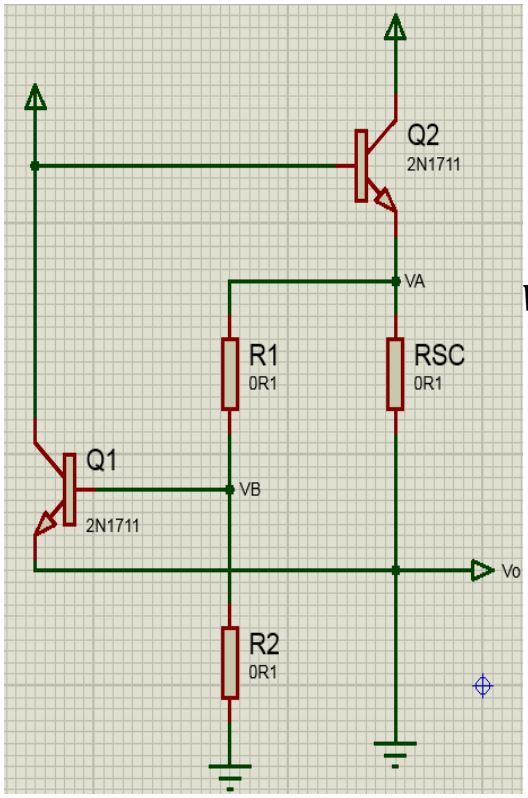
محافظ مدار در برابر اتصال کوتاه یا اضافه جریان






Q1
VA
R4
A
R5
I
Q3
R6
I
R1
IL
Vin
VBE3
RL
Vo
Reference voltage
Comparator circuit
VF Feedback voltage
R2


Vo
RL
RL
RL is shorted
Io
Isc
Ik



محاسبه ولتاژ نقطه A زمانی که R_L اتصال کوتاه است و $I_{SC} = I_O$

$$V_A = V_{RSC} = R_{SC} \times I_{SC}$$

$$V_A \Longrightarrow I_{R_2} = I_{B_2} = \frac{V_B}{R_2} \rightarrow V_B = \frac{V_A \times R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow I_{B_2} = \frac{\frac{V_A \times R_2}{R_1 + R_2}}{R_2}$$

$$I_{B_2} = \frac{V_A \times R_2}{R_2(R_1 + R_2)} \Longrightarrow V_A = I_{B_2}(R_1 + R_2)$$

$$\Longrightarrow I_{B_2} \rightarrow kvl \rightarrow -I_{B_2}R_2 + V_{BE} = 0 \Longrightarrow I_{B_2} = \frac{V_{BE}}{R_2}$$

$$\Longrightarrow V_A = \frac{V_{BE}}{R_2}(R_1 + R_2) \Longrightarrow V_A = V_{BE}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

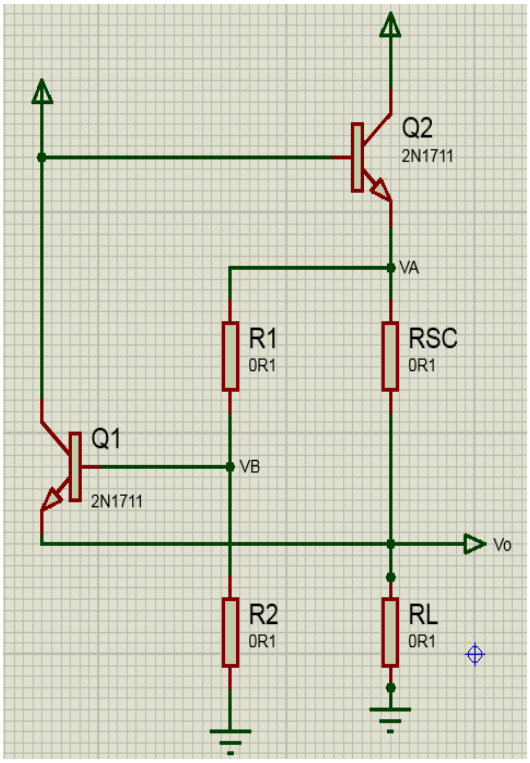
برای محاسبه I_{SC} با فرض این که $I_{R_1} \cong I_{R_2}$ یا $I_{B_1} \cong I_{B_2}$

$$I_{SC} = I_O = \frac{V_O}{R_L} = \frac{V_{R_1} + V_{BE}}{R_{SC}} = \frac{I_{R_1} \times R_1 + V_{BE}}{R_{SC}} = \frac{\left(\frac{V_{BE}}{R_2}\right) \times R_1 + V_{BE}}{R_{SC}}$$

$$\Longrightarrow \frac{(V_{BE})R_1 + V_{BE} \times R_2}{R_{SC}R_2} \Longrightarrow I_{SC} = I_O = \frac{V_{BE}(R_1 + R_2)}{R_{SC}R_2} \cong \frac{V_{BE}}{R_{SC}}$$

برای محاسبه R_{SC} حالت (۱)

$$R_{SC} \times I_{SC} = V_{BE}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \Longrightarrow \frac{R_{SC} \times I_{SC}}{V_{BE}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$



محاسبه ولتاژ نقطه A زمانی که R_L اتصال کوتاه نباشد و $I_k = I_O$

$$V_A = R_{SC} \times I_k + V_O$$

$$I_{B_2} \rightarrow kvl \rightarrow -I_{B_2}R_2 + V_{BE} + V_O = 0 \rightarrow I_{B_2} = \frac{V_O + V_{BE}}{R_2}$$

$$V_A = \frac{V_O + V_{BE}}{R_2}(R_1 + R_2)$$

برای محاسبه I_k با فرض این که $I_{R_1} \cong I_{R_2}$ یا $I_{B_1} \cong I_{B_2}$

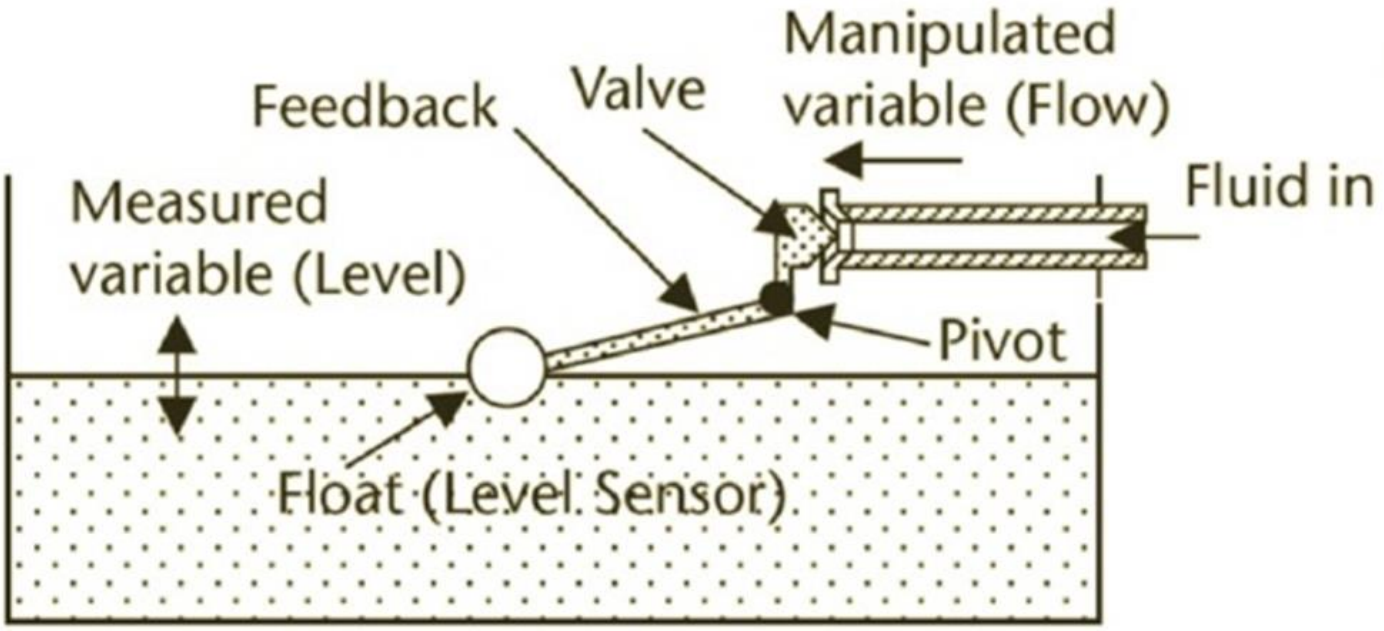
$$I_k = I_O = \frac{V_O}{R_L} = \frac{V_{R_1} + V_{BE}}{R_{SC}} = \frac{I_{R_1} \times R_1 + V_{BE}}{R_{SC}}$$

$$\Longrightarrow \frac{\left(\frac{V_O + V_{BE}}{R_2}\right) \times R_1 + V_{BE}}{R_{SC}} \Longrightarrow \frac{(V_O + V_{BE})R_1 + V_{BE} \times R_2}{R_{SC}R_2}$$

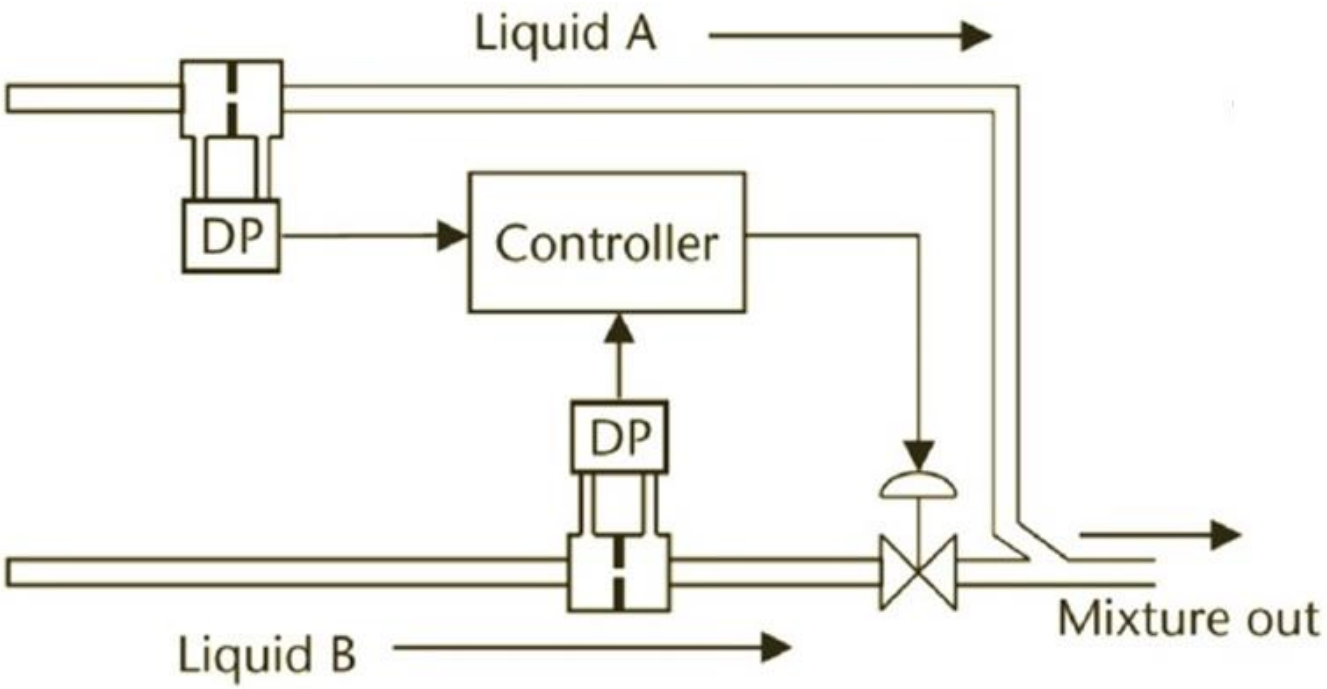
$$\Longrightarrow I_k = I_O = \frac{V_{BE}(R_1 + R_2) + (V_O \times R_1)}{R_{SC}R_2} \cong \frac{V_{BE}}{R_{SC}} + \frac{V_O}{R_{SC}}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

سوال

شکل زیر **مهار سطح ارتفاع آب در کولر آبی** را نشان می‌دهد. **نوع سیستم** چیست و توضیح دهید.

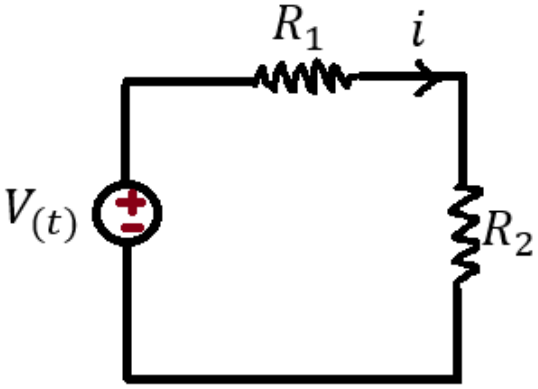


شکل زیر **کنترل نسبت دو مایع** را نشان می‌دهد. **نوع سیستم** چیست و توضیح دهید.



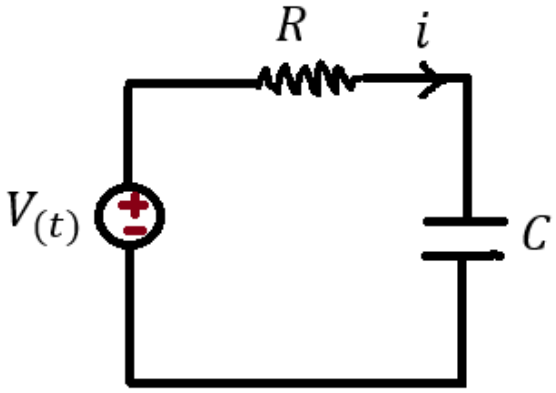
انواع سیستم ها

سیستم های استاتیکی: در این سیستم خروجی به ورودی همان لحظه بستگی دارد و بدون حافظه است.



$$i_{(t)} = \frac{1}{R_1 + R_2} V_{(t)}$$

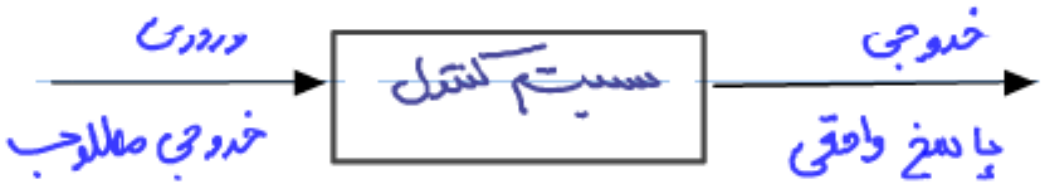
سیستم دینامیکی: در این سیستم خروجی سیستم به ورودی همان لحظه و لحظات قبل وابسته است و معمولا شامل عناصر ذخیره کننده انرژی همانند سلف و خازن می‌باشد.



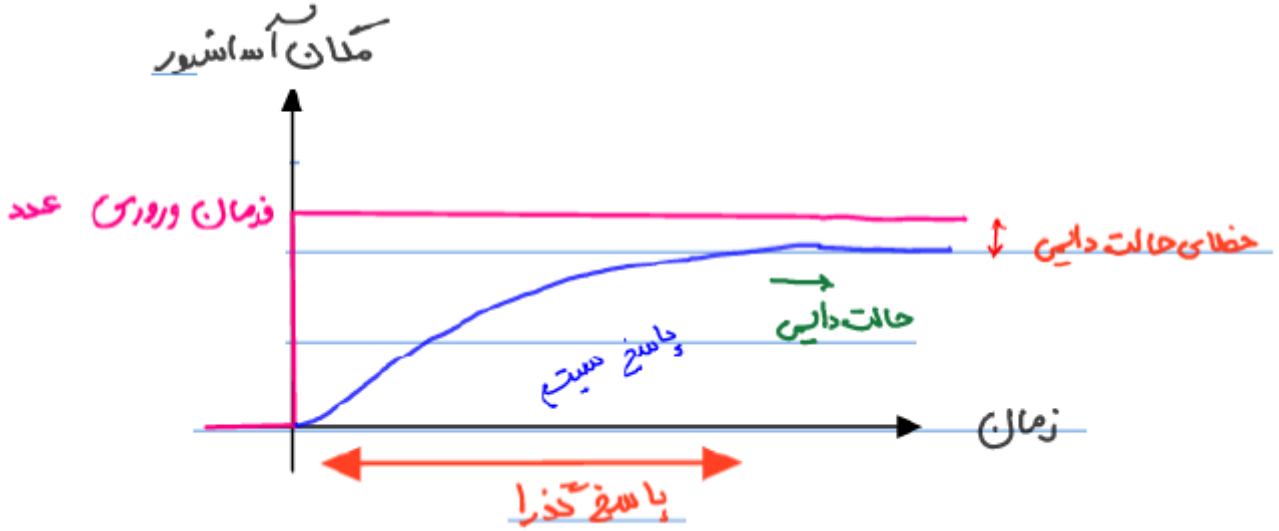
$$i_{(t)} = \frac{1}{R + \frac{1}{CS}} V_{(t)}$$

سیستم کنترل

هدف یک سیستم کنترل آن است که خروجی(پاسخ سیستم)، منحنی ورودی(خروجی مطلوب) را دنبال کند.

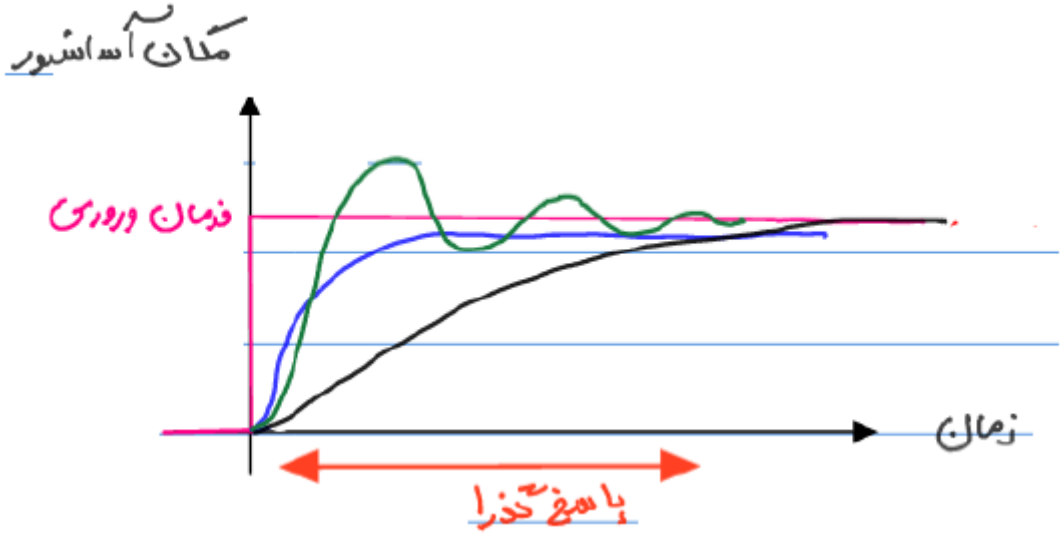


مثال: سیستم تعیین وضعیت آسانسور از طبقه اول به طبقه سوم را تحلیل می کنیم.



در این سیستم هدف آن است که از طبقه اول به طبقه سوم برویم. پس ورودی ثابت(خروجی مطلوب) طبقه سوم است. حال با توجه به دینامیک سیستم پاسخ واقعی می‌تواند مانند نمودار باشد.

سوال: عملگر این سیستم به چه عاملی بستگی دارد؟



پاسخ گذرا – فرم گذار – سرعت – حالت دائمی – خطا – دقت – تاثیر نویز و اغتشاش

نمایش سیستم کنترل

حوزه زمان: ۱- معادلا ت دیفرانسیل ۲- فرم فضای حالت ۳- پاسخ ضربه

حوزه فرکانس: ۱- تبدیل لاپلاس ۲- بلوک دیاگرام ۳- نمودار SFG

معادلات دیفرانسیل

معادلات دیفرانسیل به معادلاتی گفته می شود که بر حسب یک متغیر و مشتقات مرتبه بالاتر آن بیان می گردند. بزرگترین مرتبه مشتق متغیر مورد نظر، مرتبه معادله دیفرانسیل نامیده می شود. بطور مثال زیر یک معادله دیفرانسیل از مرتبه n است.

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t)$$

$$a_n y^{(n)} + \cdots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 = b_n u^{(n)} + \cdots + b_1 u' + b_0 u$$

تابع $f(t)$ که تابع ورودی نامیده می شود نوع معادله را تعیین می کند. اگر این تابع متحد با صفر باشد معادله دیفرانسیل را همگن و اگر مقدار داشته باشد غیر همگن نامیده می شود.

یکی از روش های حل معادله دیفرانسیل (بدست آوردن $y(t)$) استفاده از تبدیل لاپلاس می باشد.

۲ - فرم فضای حالت : کامل ترین وجامع ترین روش برای تحلیل و طراحی انواع سیستم ها چه خطی، غیر خطی تغییر پذیر و تغییر ناپذیر باشد.

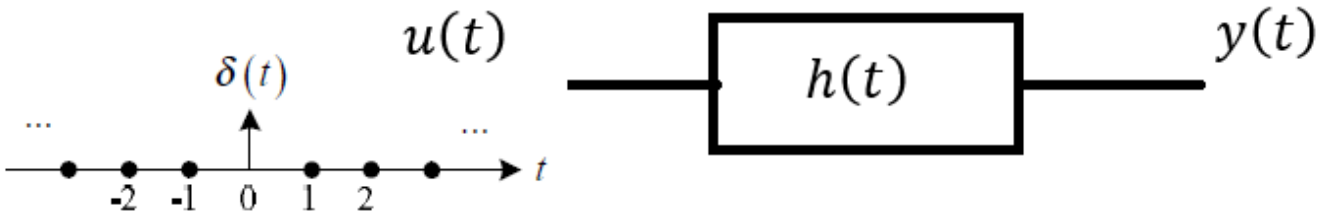
روشی است که علم روز کنترل از این روش استفاده می‌کند.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)\ x(t) + D(t)\ u(t)$$

$A(t)$	ماتریس :	$n \times n$	ماتریس حالت
$B(t)$	ماتریس :	$n \times m$	ماتریس ورودی
$C(t)$	ماتریس :	$l \times n$	ماتریس خروجی
$D(t)$	ماتریس:	$l \times m$	ماتریس انتقال بین ورودی و خروجی

۳- پاسخ ضربه : اولین کار برای کنترل یک سیستم شناسایی آن سیستم است. یکی از مرسوم ترین روش شناسایی استفاده از پاسخ ضربه به عنوان ورودی سیستم می‌باشد. ورودی ضربه به سیستم اعمال شده و خروجی آن به عنوان پاسخ ضربه در نظر می‌گیریم، سپس هر ورودی دلخواهی به سیستم اعمال شود خروجی y(t)=h(t)*u(t) میشود. * کانولوشن= یک عملگر ریاضی است که بر روی دو تابع h و u عمل میکند و مشابه تابع هم‌بستگی است.



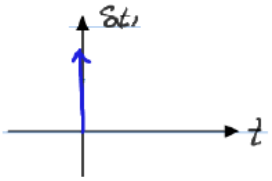
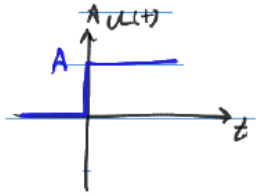
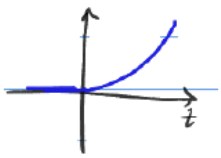
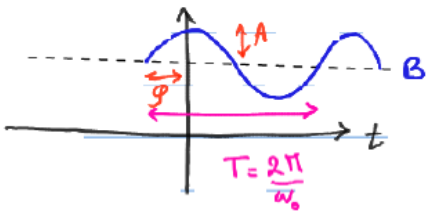
$$y(t) = h(t) * u(t) \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, h(t-\tau) d\tau$$

تابع تبدیل:

از معادله دیفرانسیل خطی تغییر ناپذیر با زمان می‌توان تبدیل لاپلاس گرفت و نسبت تبدیل لاپلاس خروجی به ورودی را تابع تبدیل نامید.

پاسخ فرکانسی

سیستم را با ورودی سینوسی با فرکانس مختلف تحریک میکنند و در هر فرکانس ورودی اطلاعات خروجی را ثبت میکنند.و به نمودار اندازه یا فاز خروجی بر حسب فرکانس ورودی میرسند.

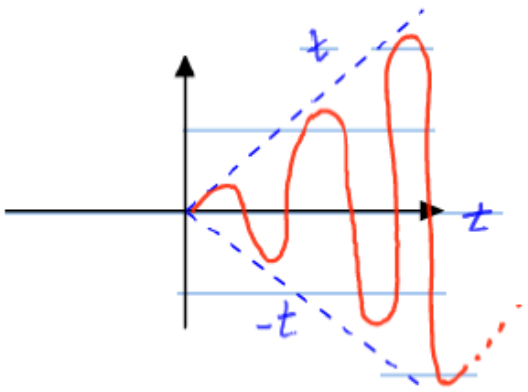
نوع سیگنال	تابع	توصیف	نمودار
impulse تابع ضربه	$f(t)=\delta(t)$	$\delta(t)=\begin{cases}\infty & t=0\\ 0 & t\neq 0\end{cases}$	
step تابع پله	$f(t)=Au(t)$	$Au(t)=\begin{cases}A & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$	
ramp شیب	$f(t)=At\,u(t)$	$At\,u(t)=\begin{cases}At & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$	
parabolic سهمی	$f(t)=A\frac{1}{2}t^2u(t)$	$A\frac{1}{2}t^2u(t)=\begin{cases}\frac{A}{2}t^2 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$	
سینوسی $f(t)=B+A\sin(\omega t+\varphi)$		A: دامنه ω: فرکانس φ: فاز B: مایا‌مین	

سیگنال های غیر استاندارد

این قسمت برای یاد آوری رسم منحنی است. سیگنال‌هایی که در این درس با آنها کار داریم را بررسی می‌کنیم.

$x(t) = t \sin(t)\, u(t)$

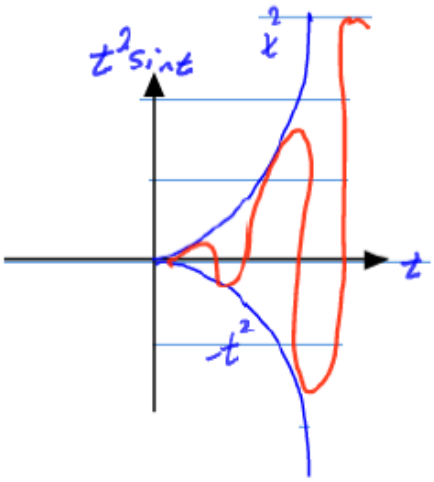
این سیگنال ناپایدار است . به ∞ میل می‌کند.



$x(t) = t^2 \sin(t)\, u(t)$

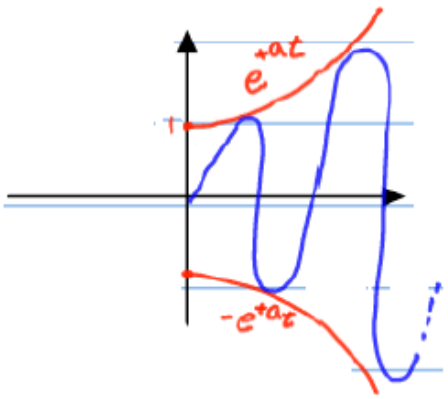
این سیگنال هنت به قبلی سریعتر ناپایدار می‌شود.

$w_0 = 1 \longrightarrow T = \frac{2\pi}{w_0} = 2\pi$



$x(t) = e^{+at} \sin(t)\, u(t)$

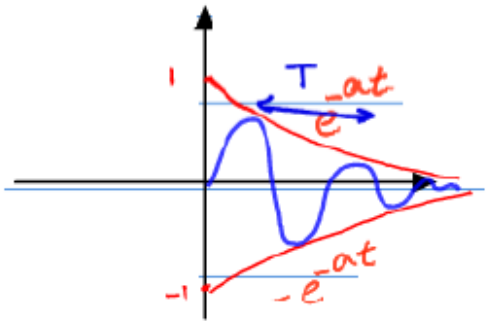
باز هم این سیگنال ناپایدار می باشد.



$$x(t) = e^{-at}\sin(t)\,u(t)$$

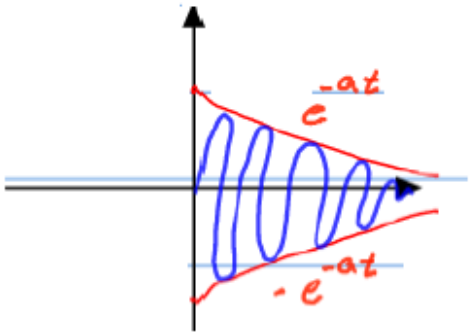
این سیگنال پایدار است.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$



$$x(t) = e^{-at}\sin(10t)\,u(t)$$

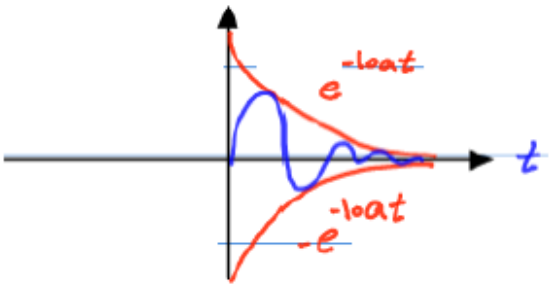
~~$\sin 10t$~~ فرکانس بالاتری دارد



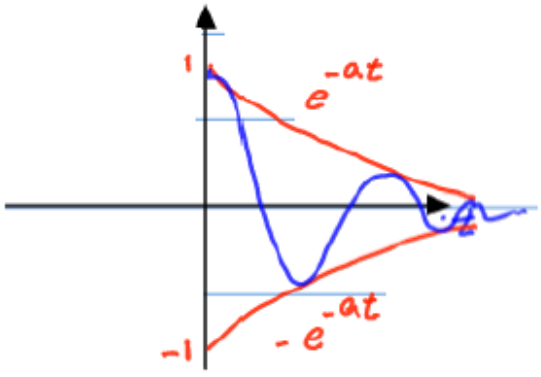
ضریب میرایی

$$x(t) = e^{-10at}\sin(t)\,u(t)$$

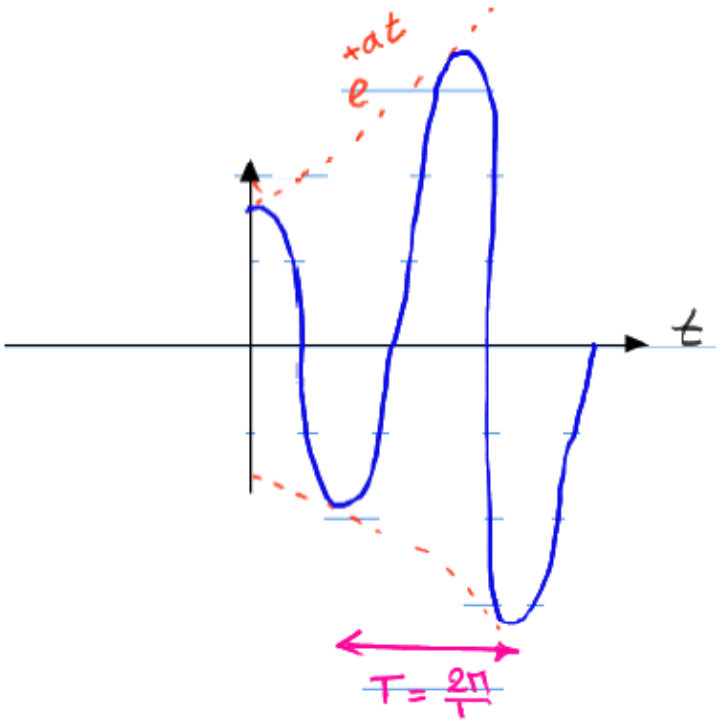
~~e^{-10at}~~ سرعت میرایی بیشتری دارد.



$$x(t) = e^{-at}\cos(t)\,u(t)$$



$$x(t) = e^{+at}\cos(t)$$



منابع:

۱- سایت فرادرس

۲-جزوه استاد هادی توسلی

۳- جزوه استاد راحیل زرگری

پایان جلسه اول

روزگار خوشی را برای شما آرزومندم.

محمد اعرابیان