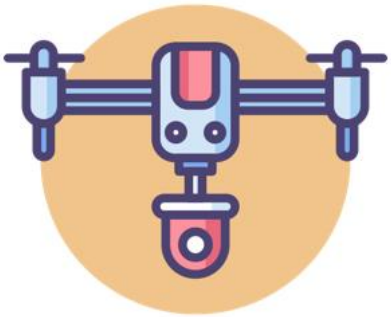
محمد اعرابیان



جزوه درس کنترل خطی

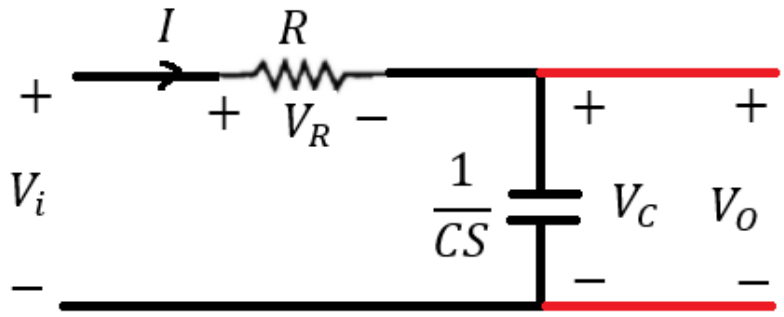
جلسه پنجم

نسخه ۱.۱ | تهیه شده در بهمن ۱۴۰۰

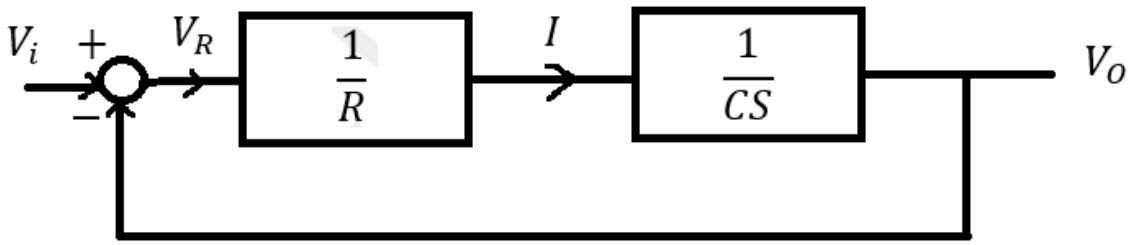
تمامی حقوق این جزوه برای **محمد اعرابیان** محفوظ است.

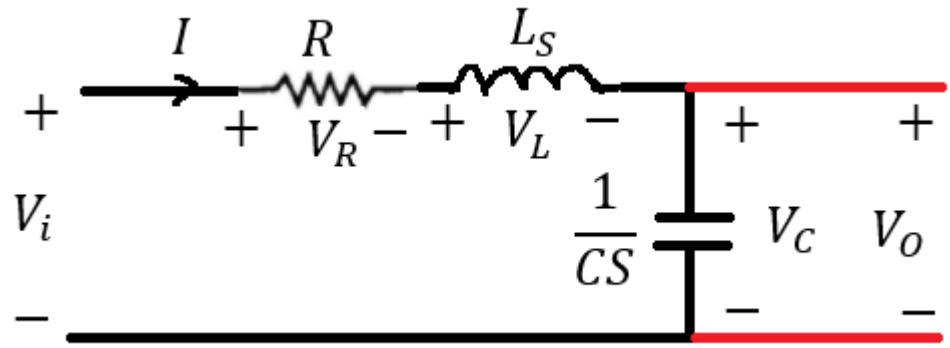
برای جزئیات بیشتر **اسکن کنید**

مثال: بلوک دیاگرام سیستم های زیر را رسم کنید.

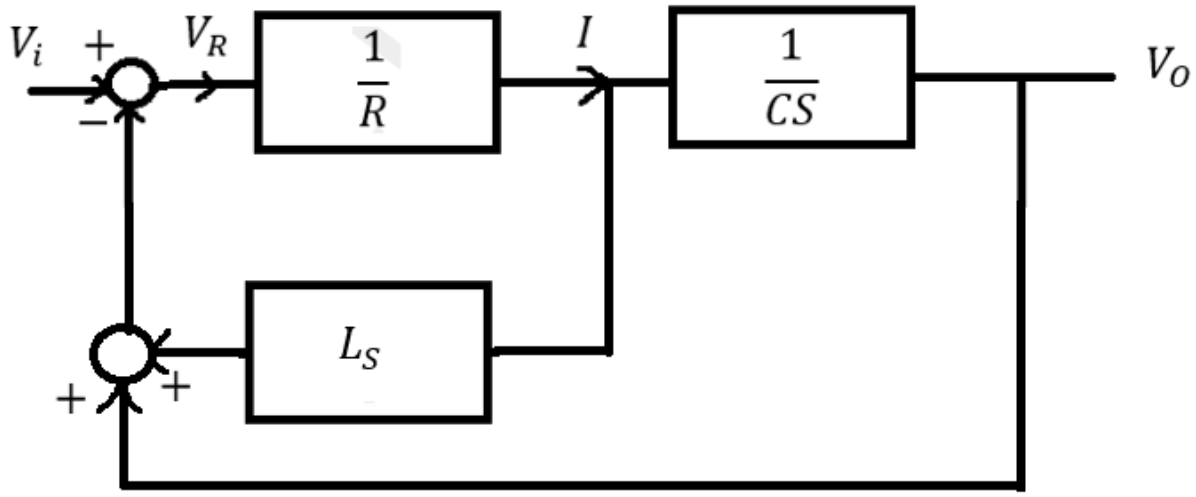


$$\begin{cases} V_R = RI \Longrightarrow I = V_R \times \frac{1}{R} \\ V_C = \frac{1}{CS} I \\ V_O = V_C \\ V_i = V_R + V_O \Longrightarrow V_R = V_i - V_O \end{cases}$$

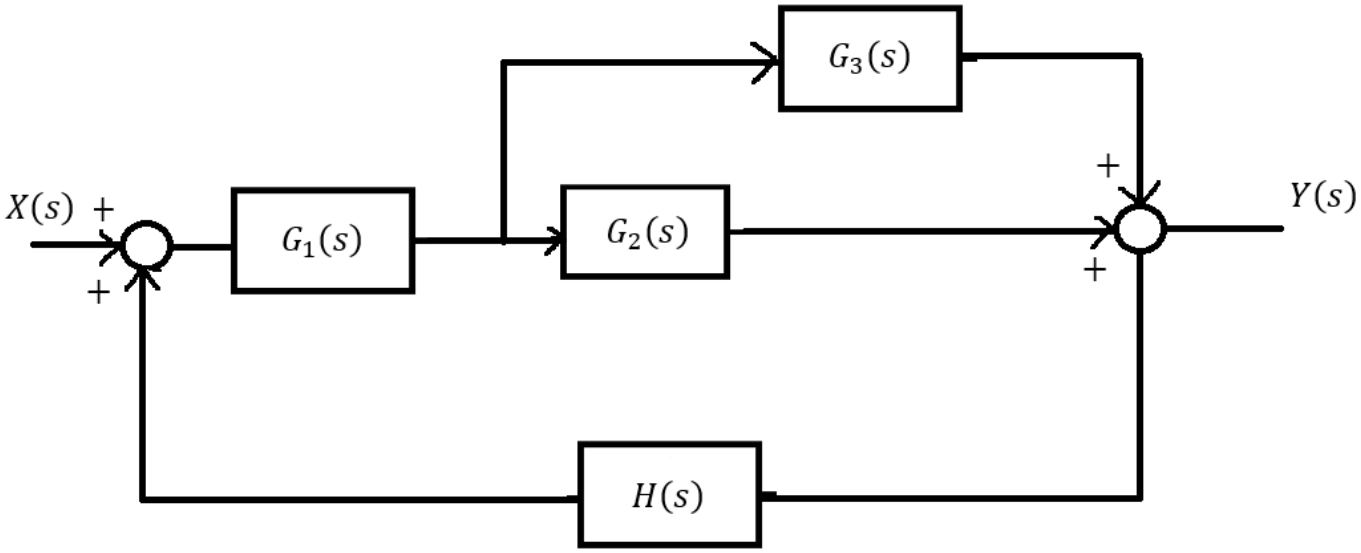


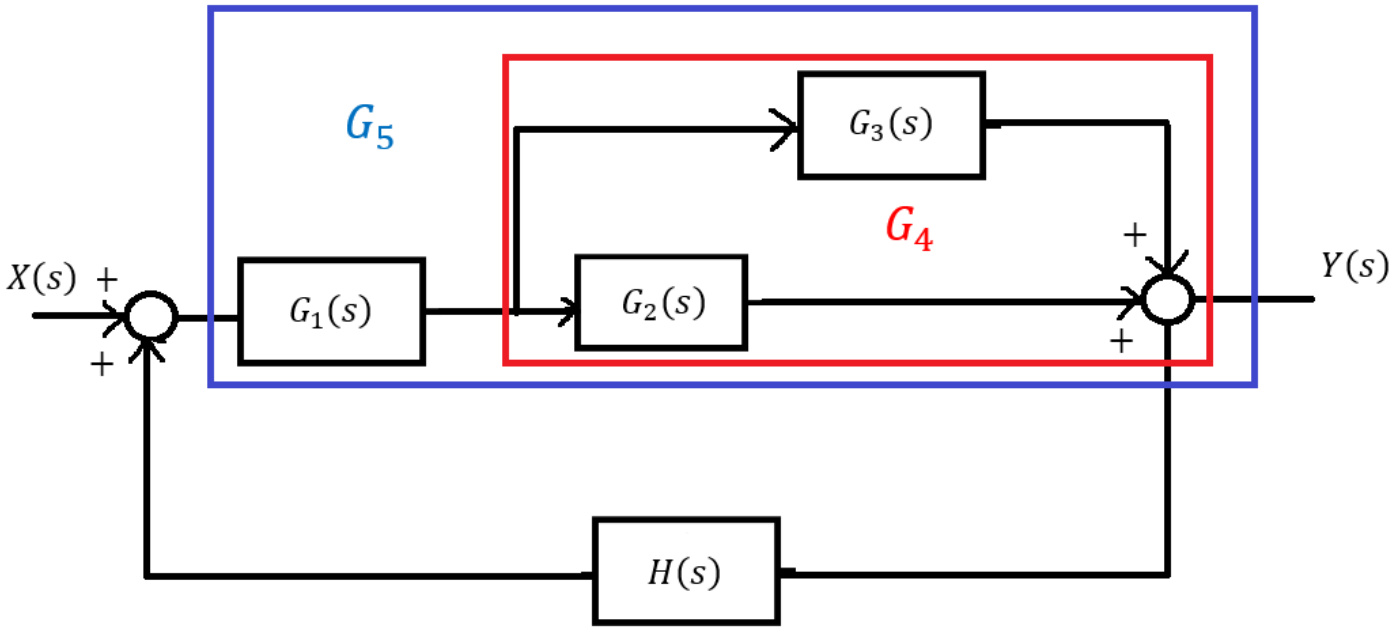


$$\begin{cases} V_R = RI \Longrightarrow I = V_R \times \frac{1}{R} \\ V_L = L_S I \\ V_C = \frac{1}{CS} I \\ V_O = V_C \\ V_i = V_R + V_L + V_C \Longrightarrow V_R = V_i - (V_L + V_C) \end{cases}$$

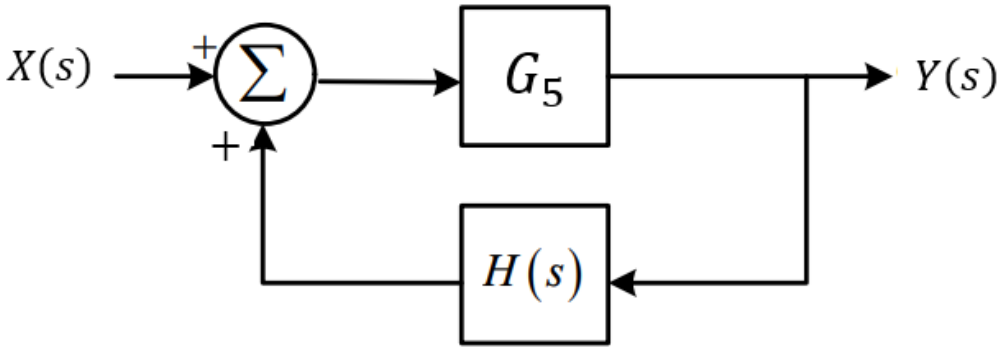


مثال: بلوک دیاگرام روبه رو را ساده کنید.

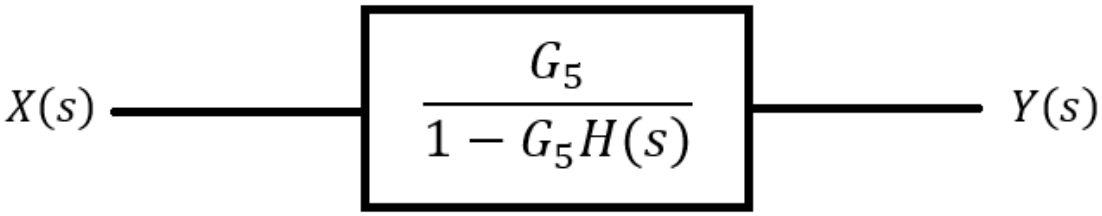




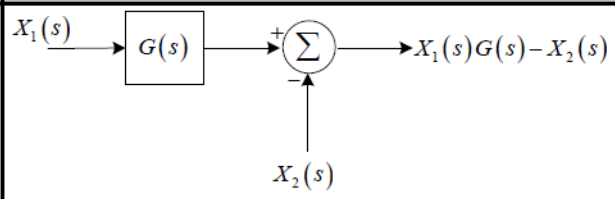
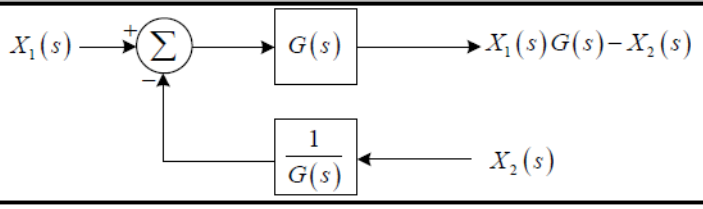
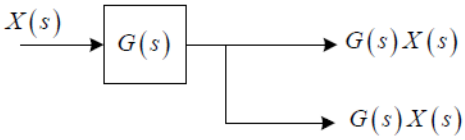
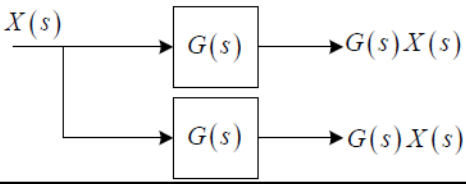
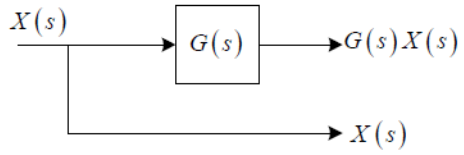
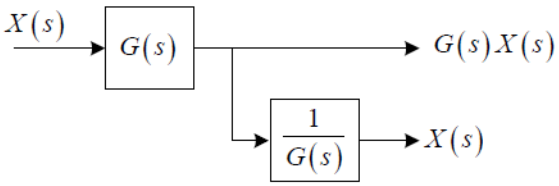
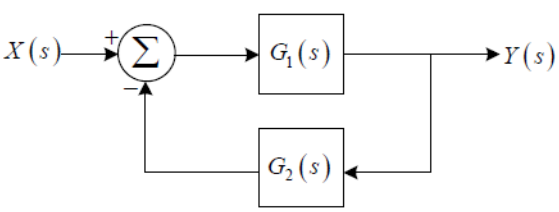
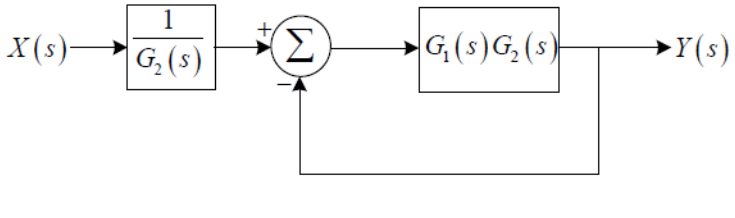
$$\begin{cases} G_4 = G_2 + G_3 \\ G_5 = G_1 \times G_4 \end{cases}$$



تابع تبدیل فیدبک(فقط دقت شود فیدبک مثبت است)



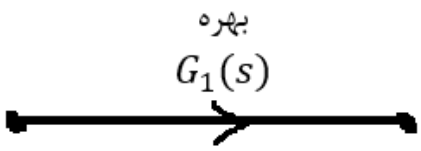
روش های ساده سازی نمودار بلوکی

نمودار بلوکی اصلی	نمودار بلوکی هم ارز
	
	
	
	

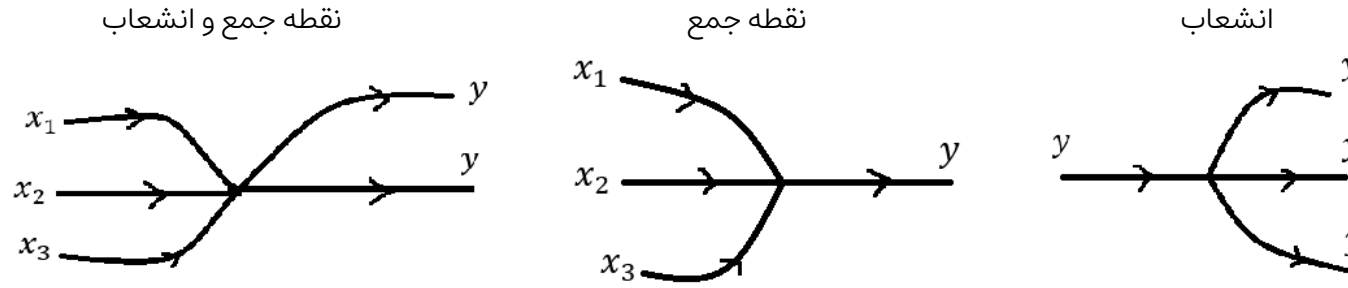
نمودار گذر سیگنال (SFG)

مانند بلوک دیاگرام به صورت گرافیکی سیستم را نشان می‌دهد از قسمت های زیر تشکیل شده است.

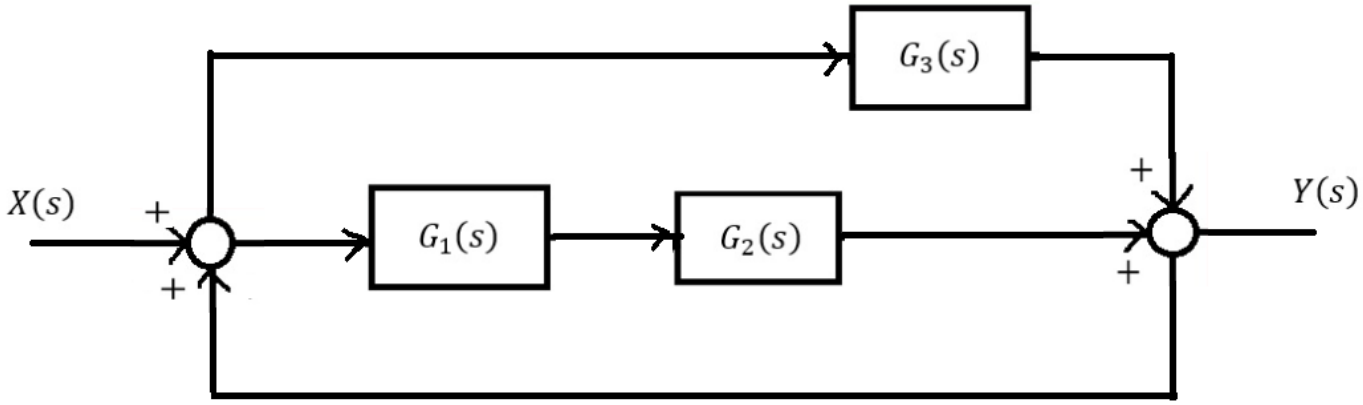
۱-مسیر: هر قسمت از سیستم توسط یک پاره خط جهت دار که بر روی آن تابع تبدیل آن قسمت از سیستم نوشته شده است نمایش داده می‌شود.

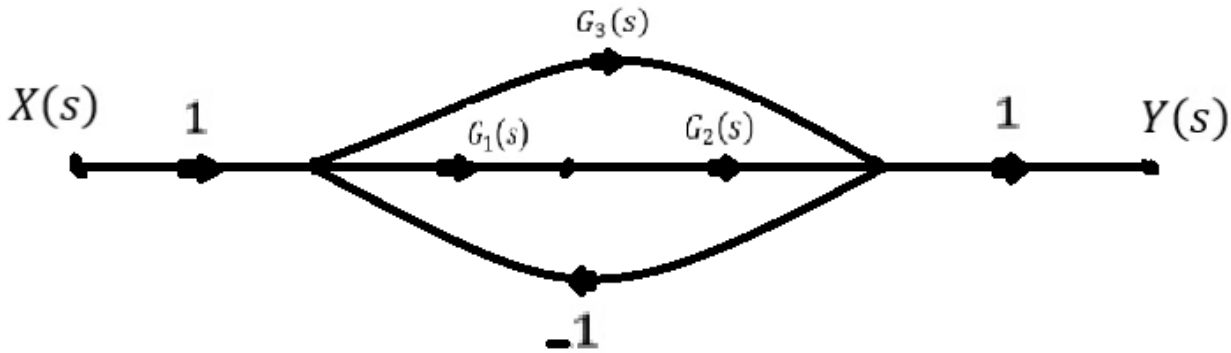


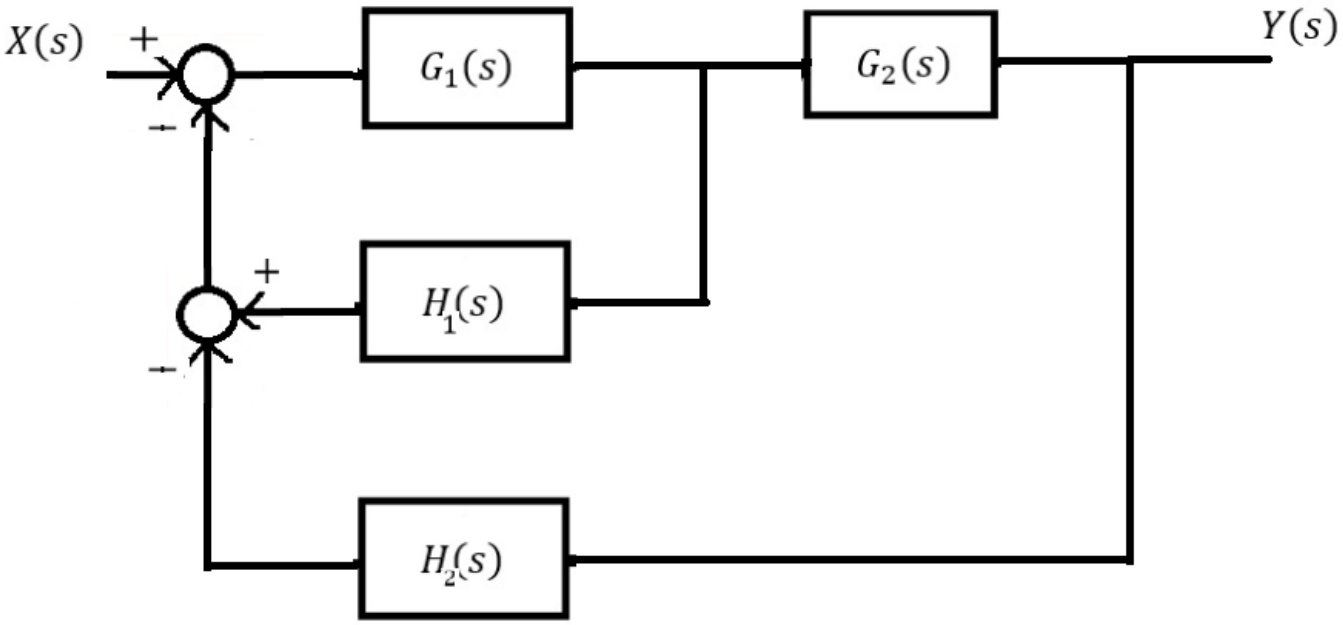
۲-نقطه جمع و انشعاب: نقطه جمع و انشعاب توسط یک گره نشان داده می‌شود، گره‌ایکه فقط یک ورودی داشته باشد، انشعاب نام دارد.

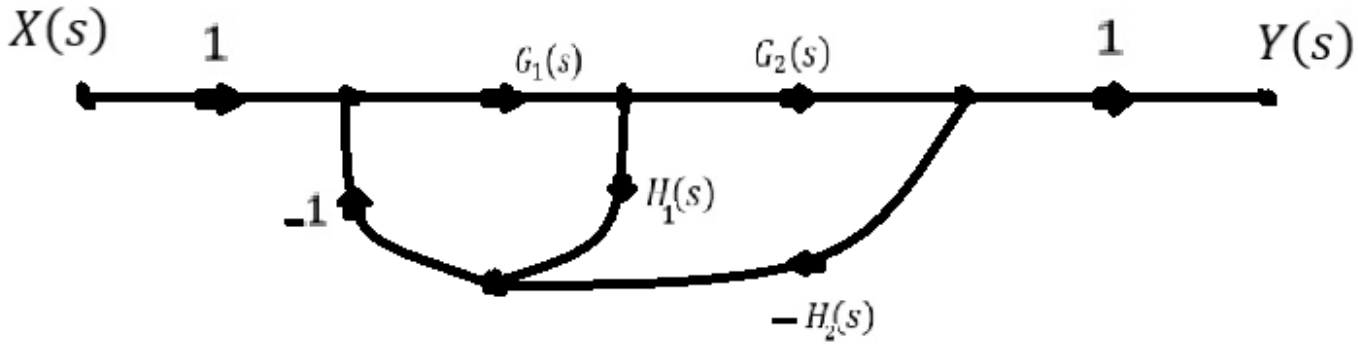


مثال) SFG بلوک دیاگرام زیر را رسم کنید.









قاعده میسون برای ساده سازی دیاگرام های بلوکی:

برای استفاده از قاعده میسون، ابتدا نمودارهای بلوکی را بصورت گراف رسم می نماییم، سپس تابع تبدیل سیستم را از روی روابط گراف بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$M(s) = \frac{\sum M_j \Delta_j}{\Delta}$$

$M(s)$: تابع تبدیل سیستم

j : تعداد مسیر مستقیم (پیشرو) بین ورودی و خروجی

M_j : بهره مسیر مستقیم شماره j

$$\Delta = 1 - \left(\text{مجموع بهره تک تک حلقه ها}\right) + \left(\text{مجموع ضرب هر دو حلقه غیر مشترک}\right) - \left(\text{مجموع ضرب هر سه حلقه غیر مشترک}\right) + \cdots$$

مسیر مستقیم(پیشرو) : مسیری است که در جهت شاخه ها، ورودی را به خروجی متصل می‌کند.

Δ_j = دترمینان گراف با حذف گره های مسیر مستقیم(پیشرو)، حلقه ها

Δ_j = دترمینان گرافی که هیچ حلقه یا شاخه‌ای نداشته باشد برابر ۱ است.

Δ = دترمینان محلی گراف یا دترمینان گراف با مسیر مستقیم (پیشرو)، حلقه ها

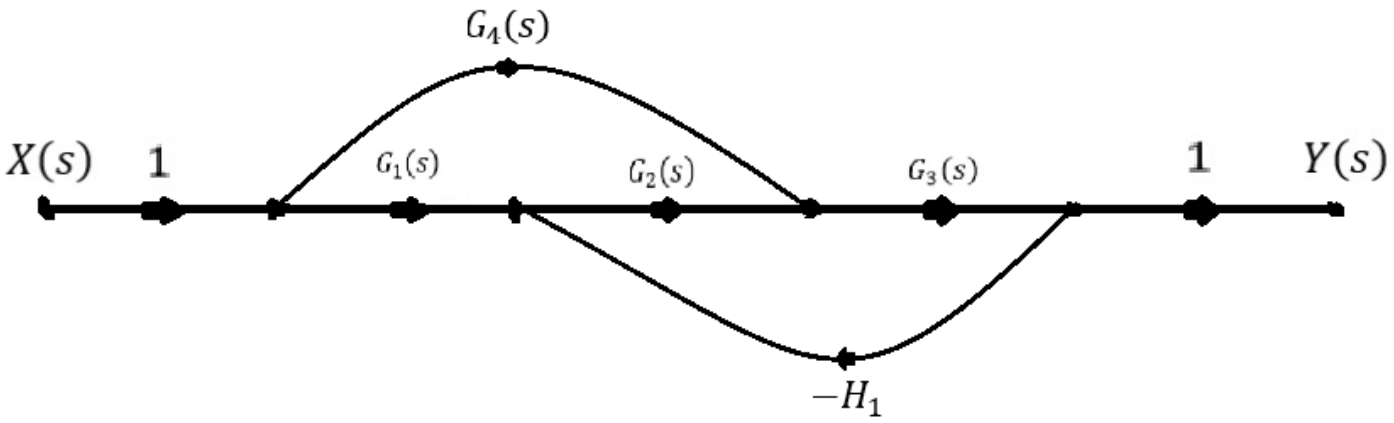
نکته:

منظور از حلقه غیر مشترك، حلقه هایی هستند که هیچ گره یا مسیر مشترکی نداشته باشند.

منظور از حذف شاخه، حذف شاخه به همراه گره هاي دو سر آن می باشد.

اگر یک گره حذف گردد، تمام شاخه هاي متصل به آن حذف می گردند.

مثال: با استفاده از روش میسون تابع تبدیل $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ سیستم زیرا بدست آورید.



$M_1 = 1 \times G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times 1$

Δ_1 = آیا با حدف مسیر پیشرو M_1 حلقه‌ای داریم

$\Delta_1 = 1 - 0$

$M_2 = 1 \times G_4(s) \times G_3(s) \times 1$

Δ_2 = آیا با حدف مسیر پیشرو M_2 حلقه‌ای داریم

$\Delta_2 = 1 - 0$

Δ = دترمینان محلی گراف یا دترمینان گراف با مسیر مستقیم (پیشرو)

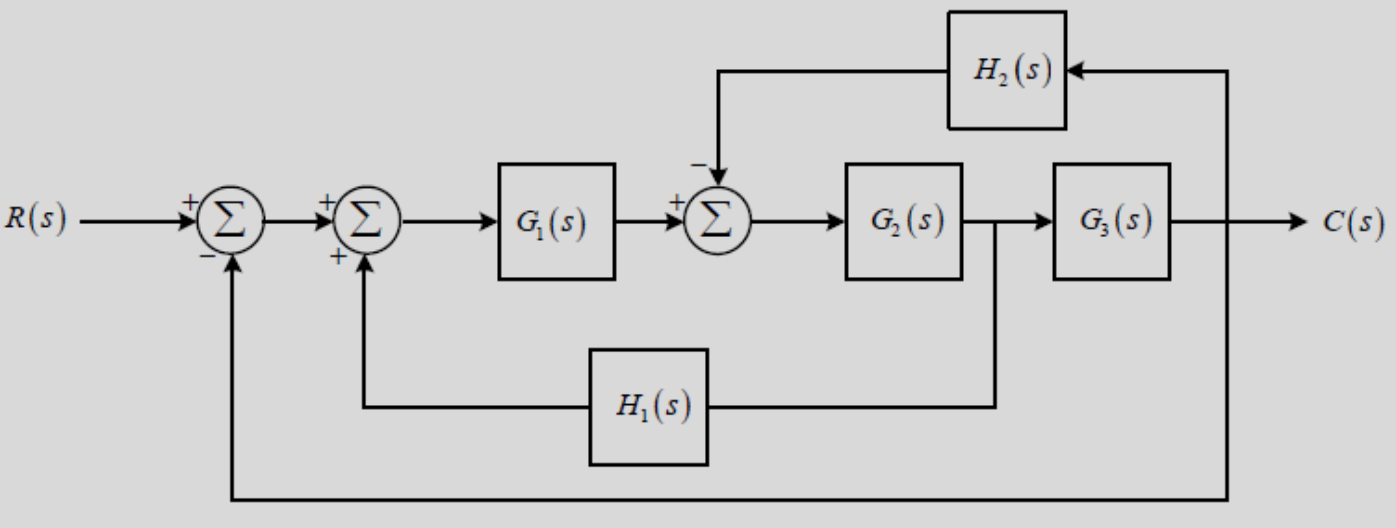
حلقه ها $L_1 = -H_1 \times G_2(s) \times G_3(s)$

$\Delta = 1 - (-H_1 \times G_2(s) \times G_3(s))$

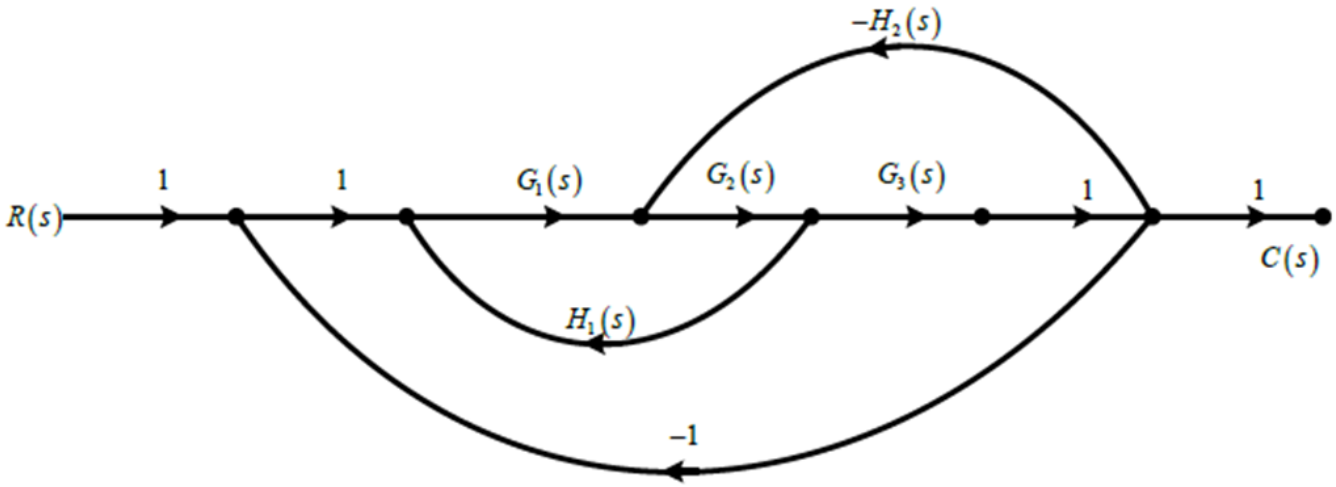
پس تابع تبدیل :

$$G(s) \text{ یا } M(s) = \frac{G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) + G_4(s) \times G_3(s)}{1 + \left(H_1 \times G_2(s) \times G_3(s)\right)}$$

مثال: با استفاده از روش میسون تابع تبدیل $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ سیستم زیرا بدست آورید.



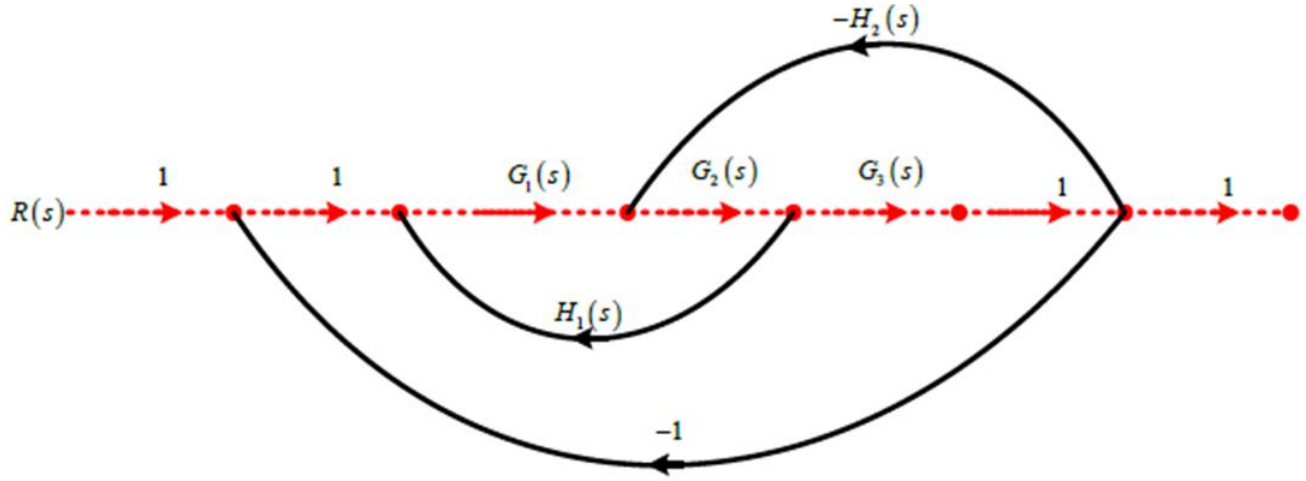
ابتدا نمودار بلوکی را به گراف تبدیل می‌کنیم.



در این گراف تنها یک مسیر مستقیم از ورودی به خروجی داریم، پس

$$j = 1 \Longrightarrow M_1 = 1 \times 1 \times G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times 1 \times 1$$

برای حذف مسیر $j = 1$ تمام شاخه های این مسیر را حذف می‌کنیم.



توجه کنید که با حذف مسیر نقطه چین فوق تمام شاخه‌های متصل به آن حذف می‌گردند.(بدلیل حذف گره‌ها)

پس: $\Delta_1 = 1 - 0$

هیچ کدام از حلقه ها مجزا نیست پس :

$$L_1 = G_1(s) \times G_2(s) \times H_1$$

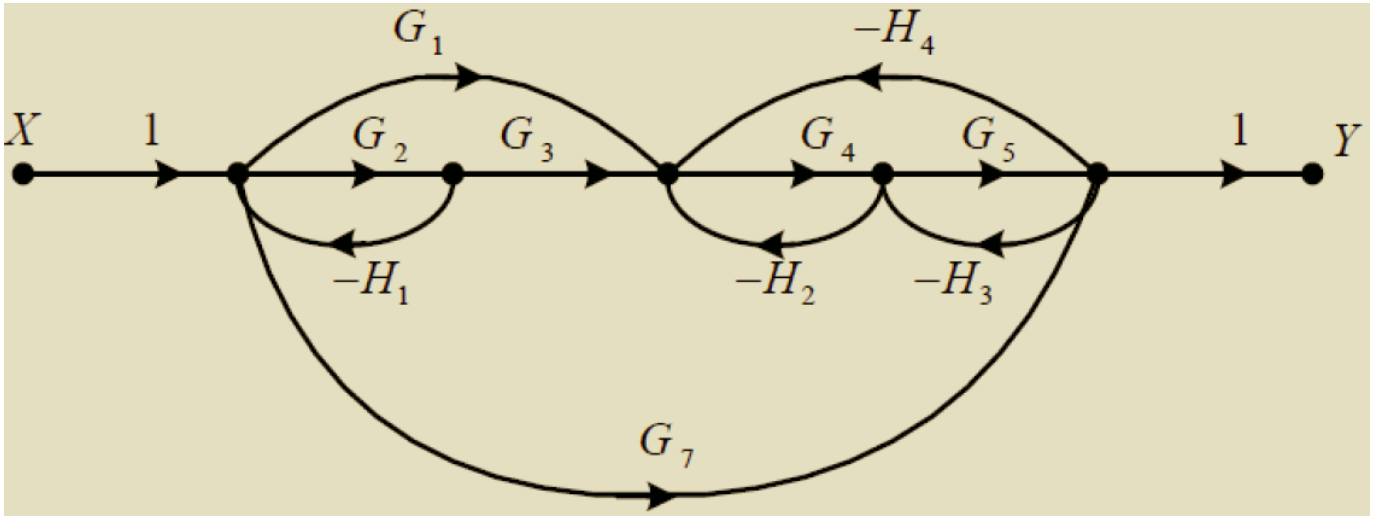
$$L_2 = G_2(s) \times G_3(s) \times -H_2$$

$$L_3 = -G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s)$$

$$\Delta = 1 - \left(G_1(s)G_2(s)H_1(s) - G_2(s)G_3(s)H_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_3(s)\right) + (0) - \ldots.$$

$$M(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$

مثال: تابع تبدیل پیاده سازی شده توسط نمودار بلوکی زیر را محاسبه نمایید.



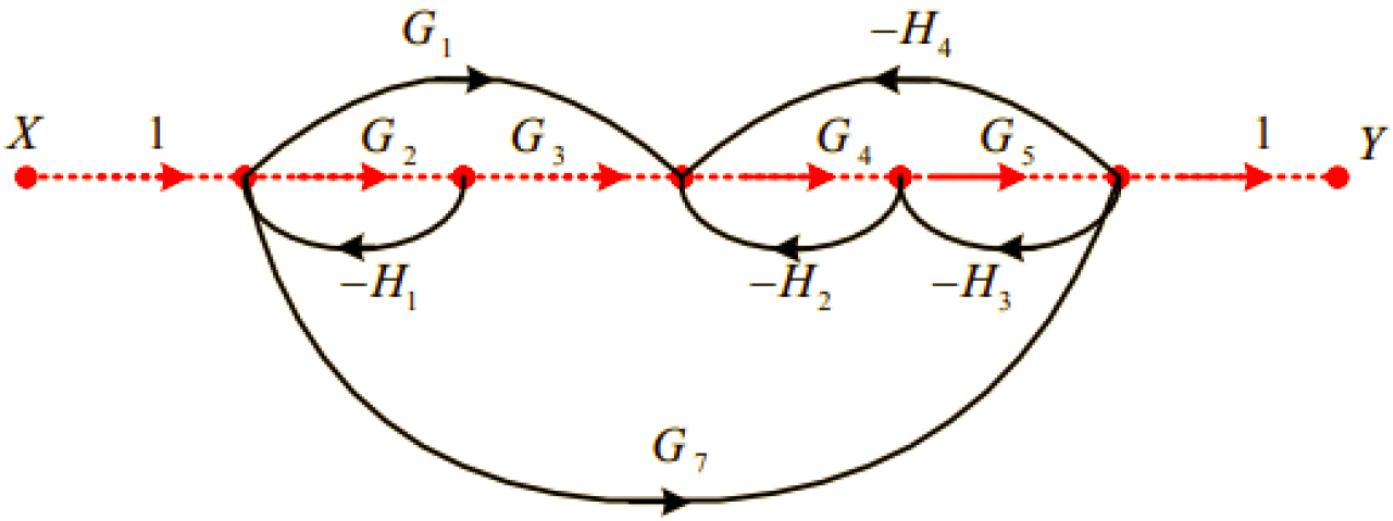
در این گراف ۳ مسیر مستقیم از ورودی به خروجی داریم، بنابراین:

$$j = 1 \Longrightarrow M_1 = 1 \times G_2(s) \times G_3(s) \times G_4(s) \times G_5(s) \times 1$$

$$j = 2 \Longrightarrow M_2 = 1 \times G_1(s) \times G_4(s) \times G_5(s) \times 1$$

$$j = 3 \Longrightarrow M_3 = 1 \times G_7(s) \times 1$$

برای حذف مسیر $j = 1$ تمام شاخه‌های این مسیر را حذف می‌کنیم.

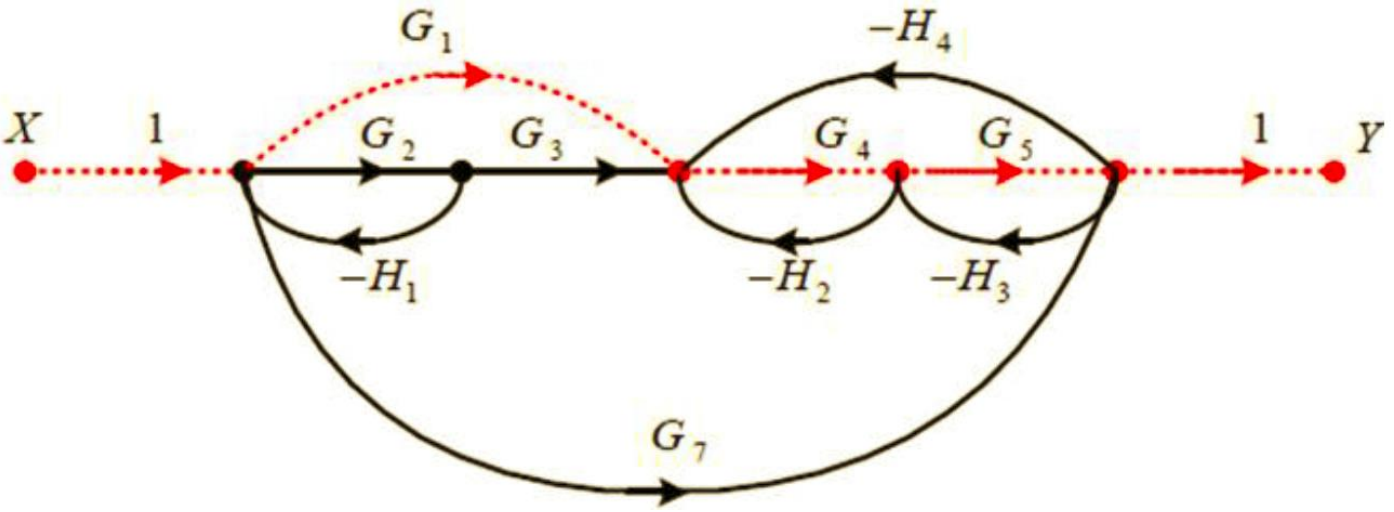


توجه کنید که با حذف مسیر نقطه چین فوق تمام شاخه‌های متصل به آن نیز حذف می‌گردد. (به دلیل حذف گره‌ها)

پس:

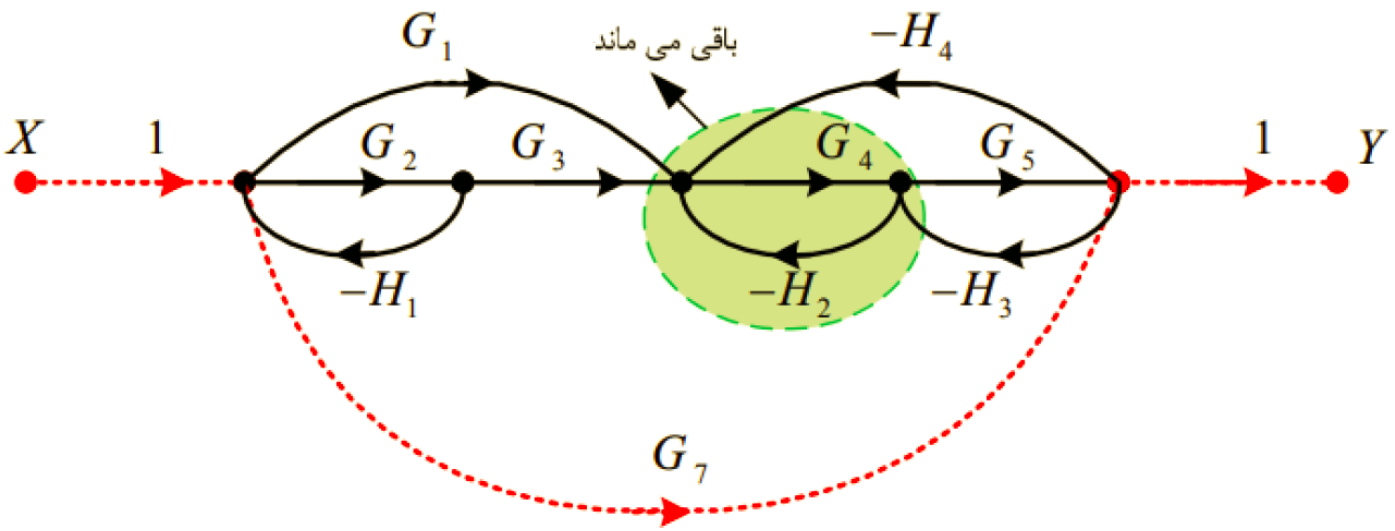
$$\Delta_1 = 1 - 0$$

برای حذف مسیر $j = 2$ تمام شاخه‌های این مسیر را حذف می‌کنیم.



$$\Delta_2 = 1 - 0$$

برای حذف مسیر $j = 3$ تمام شاخه‌های این مسیر را حذف می‌کنیم.



$$\Delta_2 = 1 - (-G_4H_2) = 1 + G_4H_2$$

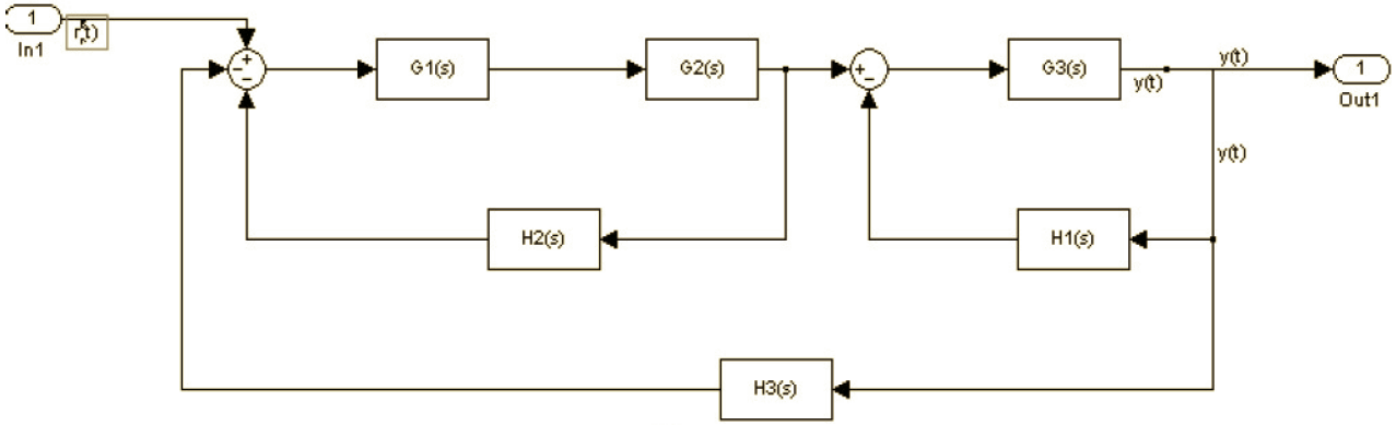
در آخر داریم:

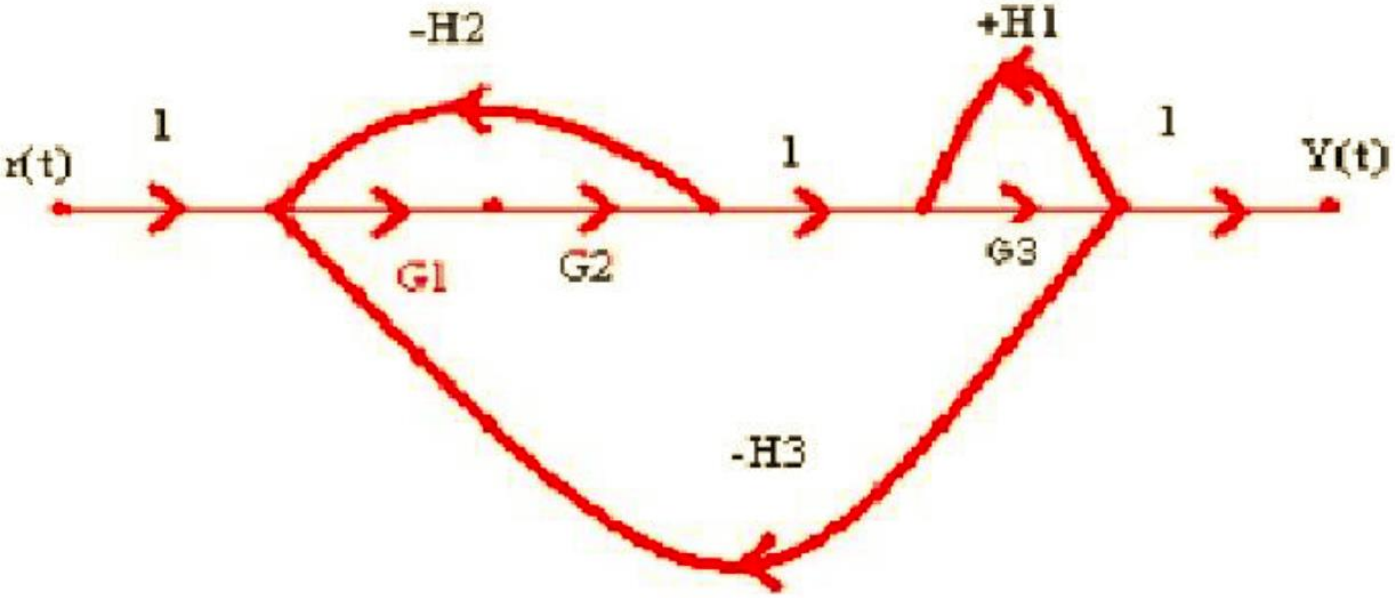
$$\Delta = 1 - (-G_2H_1 - G_4H_2 - G_5H_3 - G_4G_5H_4) + \big((-G_2H_1)(-G_4H_2) + (-G_2H_1)(-G_5H_3) + (-G_2H_1)(-G_4G_5H_4)\big)$$

$$\Longrightarrow 1 + G_2H_1 + G_4H_2 + G_5H_3 + G_4G_5H_4 + G_2H_1G_4H_2 + G_2H_1G_5H_3 + G_2H_1G_4G_5H_4$$

در نتیجه

$$M(s) = \frac{G_2G_3G_4G_5 + G_1G_4G_5 + G_7(1 + G_4H_2)}{1 + G_2H_1 + G_4H_2 + G_5H_3 + G_4G_5H_4 + G_2H_1G_4H_2 + G_2H_1G_5H_3 + G_2H_1G_4G_5H_4}$$





یک مسیر پیشرو بیشتر نداریم،

$$j = 1 \Longrightarrow M_1 = 1 \times G_1(s) \times G_2(s) \times 1 \times G_3(s) \times 1$$

Δ_1 = آیا با حذف مسیر پیشرو M_1 حلقه‌ای داریم

$$\Delta_1 = 1 - 0 = 1$$

حلقه‌ها را می‌نویسیم:

$$L_1 = G_1(s) \times G_2(s) \times -H_2$$

$$L_2 = G_3(s) \times H_1$$

$$L_3 = G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times -H_3$$

حلقه‌های L_1 و L_2 مجزا از یکدیگر هستند.

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2$$

$$\Longrightarrow 1-\left((-G_1(s)G_2(s)H_2)+(G_3(s)H_1)+(-G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_3)\right)$$
$$+\left((-G_1(s)G_2(s)H_2)\times(G_3(s)H_1)\right)$$

در نتیجه

$$M(s)=\frac{G_1(s)\times G_2(s)\times G_3(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H_2-G_3(s)H_1+G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_3-G_1(s)G_2(s)H_2G_3(s)H_1}$$

منابع:

۱- جزوه استاد راحیل زرگری

۲- جزوه استاد سیاهی

پایان جلسه پنجم

روزگار خوشی را برای شما آرزومندم.

محمد اعرابیان